

МИНИСТЕРСТВО ЭНЕРГЕТИКИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ «БЕЛЭНЕРГО»  
УО «МИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»



УТВЕРЖДАЮ

Директор УО МГЭК

А.А. Новиков

2023 год

**ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

Методические указания по выполнению домашней контрольной работы  
для учащихся заочной формы получения образования

**5-04-0712-04 «Техническая эксплуатация оборудования  
электрических станций»**

**5-04-0712-05 «Техническая эксплуатация оборудования тепловых  
электрических станций»**

(шифр и название специальностей)

Разработал преподаватель \_\_\_\_\_

(подпись)

А.В.Липницкая  
(ФИО)

Рассмотрено и одобрено на заседании цикловой комиссии  
общетехнических предметов

(наименование цикловой комиссии)

Протокол № 2 от 21.09.2023 г.

Председатель цикловой комиссии \_\_\_\_\_

(подпись)

Е.Н. Никель  
(ФИО)

Согласовано  
Методист колледжа

(подпись)

О.В. Какорина  
(ФИО)

Заведующий заочным отделением \_\_\_\_\_

(подпись)

А.А. Куцов  
(ФИО)

2023

## Содержание

1. Пояснительная записка.....	3
2. Краткое содержание программы .....	6
3. Общие требования по оформлению домашней контрольной работы....	10
4. Методические указания по выполнению домашней контрольной работы.....	12
5. Задания для домашней контрольной работы.....	13
6. Оценка результатов учебной деятельности при выполнении домашней контрольной работы.....	48
7. Литература.....	49
Приложения.....	50

## 1 Пояснительная записка

Методические указания по изучению учебного предмета «Основы технической механики» и выполнению домашней контрольной работы разработаны в соответствии с образовательным стандартом среднего специального образования для специальностей: 2-43 01 01 «Электрические станции» и 2-43 01 04 «Тепловые электрические станции»

Предмет «Основы технической механики» является частью профессионального компонента учебного плана.

Целями изучения Основ технической механики являются:

***обучающая:***

– формирование основных знаний и навыков о законах механического движения и равновесия материальных тел; о методах расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость; об устройствах и области применения некоторых механизмов, деталей машин и приборов, используемых в автоматизированных системах.

– формирование умений проводить испытание материалов на растяжение и сжатие; определять основные механические характеристики; производить расчет соединений на срез и смятие; составлять кинематические схемы простейших механизмов; определять нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса.

***воспитательная:***

– формирование стремления к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства;

– формирование убеждений социальной значимости своей будущей профессии;

***развивающая:***

– способствовать развитию умения выделять главное, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;

– способствовать профессиональному и личностному развитию (самостоятельно работать, осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач).

Изучение программного учебного материала базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных учащимися в ходе изучения Физики, Математики, Электротехники.

Полученные знания будут использованы в процессе изучения Электротехнических материалов, Электрических машин. Для закрепления теоретического материала и формирования у учащихся необходимых умений и навыков программой предусмотрено проведение лабораторной и практической работ. Для контроля усвоения программного учебного материала предусмотрено выполнение домашней контрольной работы. Итоговым контролем знаний учащихся учебным планом предусмотрено выполнение обязательной контрольной работ.

В результате изучения предмета «Основы технической механики» учащиеся должны приобрести соответствующие знания и умения:

***на уровне представления:***

- 1) структуру разделов предмета;
- 2) перспективы развития машиностроения;

***на уровне понимания:***

- 1) основные положения статики конструкций, кинематики и динамики механических систем и машин;
- 2) основы расчетов элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах нагружения;

***уметь:***

- 1) определять основные механические характеристики;
- 2) выбирать расчетную схему и проводить соответствующие расчеты типовых элементов.

## 2 Краткое содержание программы

«Основы технической механики» изучаются в соответствии с учебным планом и программой в количестве 82 часа.

**Введение.** Цель, задачи и содержание предмета.

### **Раздел 1 Статика.**

Тема 1.1 Основные понятия. Аксиомы статики.

Тема 1.2 Связи их реакции. Типы идеальных связей.

Тема 1.3 Плоская система сходящихся сил. Условия и уравнения равновесия.

Тема 1.4 Плоская система пар сил. Условия и уравнения равновесия.

Тема 1.5 Плоская система произвольно расположенных сил. Условия и уравнения равновесия.

Тема 1.6 Пространственная система сил.

Тема 1.7 Центр тяжести.

### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Что изучает техническая механика.
2. Что такое материя.
3. Что такое движение материи. Какие формы движения Вы знаете.
4. Что такое механическое движение.
5. Что понимается под равновесием.
6. Что изучается в разделах технической механики: статике, кинематике, динамике и деталях машин.
7. Что называется силой.
8. Что называется системой сил.
9. Какие две системы называются эквивалентными.
10. Какая сила называется равнодействующей. Сформулируйте основные аксиомы статики.
11. Назовите типы связей и правило определения направления реакций.
12. Дайте определение плоской системы сходящихся сил. Укажите условия и уравнения этой системы.
13. По какой формуле определяется проекция силы на ось.

14. Дайте определение плоской системы пар сил. Назовите условие и уравнения равновесия этой системы сил.
15. По какой формуле определяется момент силы относительно точки.
16. Сформулируйте теорему Вариньона.
17. Дайте определение плоской системы произвольно расположенных сил. Назовите условия и уравнения равновесия этой системы.
18. Что называется центром тяжести тела.
19. Как определить положение центра тяжести сложного и составного сечения.

## **Раздел 2. Сопротивление материалов.**

Тема 2.1 Общие положения сопромата. Метод сечений. Внутренние силовые факторы (далее ВСФ).

Тема 2.2 Деформация растяжение (сжатие). Построение эпюр ВСФ и напряжений. Расчеты на прочность. Испытание на растяжение (сжатие)

Тема 2.3 Деформация кручение. Построение эпюр ВСФ. Расчеты на прочность.

Тема 2.4 Практические расчеты на срез и смятие.

Тема 2.5 Деформация изгиб. Построение эпюр. Расчеты на прочность при изгибе.

Тема 2.6. Расчеты на устойчивость центрально сжатого стержня.

### ***Вопросы для самоконтроля:***

1. Что называется прочностью, жесткостью, устойчивостью?
2. Основные допущения сопромата?
3. Что позволяет определить метод сечений?
4. Типы напряжений.
5. Деформации упругие и пластичные.
6. Виды деформаций. Как определить вид деформации?
7. Охарактеризуйте деформацию растяжение (сжатие).
8. Как построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений?

9. Какое напряжение называется расчетным, допускаемым, предельным.
10. Вычертите диаграмму растяжения малоуглеродистой стали.
11. Назовите формулы расчета на прочность при растяжении (сжатии).
12. Охарактеризуйте деформацию кручение.
13. Назовите формулы расчета на прочность при кручении.
14. Охарактеризуйте деформацию изгиб.
15. Назовите формулы расчета на прочность при изгибе.

### **Раздел 3. Элементы кинематики.**

Тема 3.1 Простое движение точки и тела.

Тема 3.2 Сложное движение точки и тела.

#### ***Вопросы для самоконтроля.***

1. Что изучает кинематика.
2. Дайте определение основных понятий кинематики: траектория, расстояние, путь, время, скорость, ускорение.
3. Что называется законом движения точки по траектории.
4. Какие существуют способы задания движения точки.
5. Какие виды движения точки Вы знаете.
6. Определение скорости и ускорения точки, движущейся по прямолинейной траектории.
7. Определение скорости и ускорения точки, движущейся по криволинейной траектории.
8. Формулы определения скорости и ускорения при прямолинейном ускоренном, равномерном и замедленном движении.
9. Дайте определение простого движения тела.
10. Какое движение твердого тела называется поступательным.
11. Какими свойствами обладают траектории, скорости и ускорения точек твердого тела, движущегося поступательно.
12. Дайте определение вращательного движения твердого тела, движущегося поступательно.
13. Назовите параметры вращательного движения тела и формулы их опре-

деления.

14. Сформулируйте понятие сложного движения твердого тела и назовите виды этого движения.

#### **Раздел 4. Элементы динамики.**

Тема 4.1 Аксиомы динамики. Метод кинетостатики.

Тема 4.2 Работа и мощность.

##### ***Вопросы для самоконтроля.***

1. Что изучает динамика.
2. Перечислите и сформулируйте основные законы динамики.
3. В чем состоят две основные задачи динамики.
4. В чем сущность принципа Даламбера, как он формулируется и каково его практическое значение.
5. Дайте определения понятия работа, мощность, коэффициент полезного действия.
6. По какой формуле определяют работу. Поясните единицы ее измерения.
7. По какой формуле определяют мощность. Поясните единицы ее измерения.
8. По какой формуле определяют КПД. Поясните единицы его измерения.

#### **Раздел 5. Детали машин.**

Тема 5.1 Основные понятия и определения.

Тема 5.2 Механизмы поступательного, колебательного и прерывистого движения.

Тема 5.3 Механизмы передачи вращательного движения.

Тема 5.4 Валы и оси. Соединения деталей.

Тема 5.5 Муфты.

##### ***Вопросы для самоконтроля.***

1. Сформулируйте определения: звено, кинематическая пара, кинематическая цепь, механизм.



2. Сформулируйте критерии работоспособности и расчета деталей машин.
3. Назовите особенности механизмов поступательного, колебательного и прерывистого движения.
4. Перечислите механизмы передачи вращательного движения.
5. Приведите классификацию, назначение и устройство муфт.
6. Назовите отличия валов и осей. Поясните, для чего они предназначены.
7. Приведите классификацию опор валов и осей.

### 3 Общие требования по оформлению домашней контрольной работы

В соответствии с требованиями ГОСТ 2.105-95 «ЕСКД. Требования к оформлению текстовых документов» оформление домашней контрольной работы должно осуществляться по следующим правилам: все части пояснительной записки следует излагать только на одном из государственных языков – белорусском или русском.

На лицевой части работы помещается наклейка установленного образца. В наклейке обязательно заполняются все графы, фамилия имя отчество пишется полностью.

Задачи контрольной работы переписываются по порядку, без сокращений. Расчетные схемы к задачам вычерчиваются аккуратно, простым карандашом, с применением чертежных инструментов с соблюдением масштаба и углов. Решение каждой задачи начинается с чистого листа, а в конце работы оставляется 1,2 страницы для рецензии.

Домашняя контрольная работа может быть выполнена рукописно в отдельной тетради «в клеточку» с пронумерованными страницами и отведенными полями шириной 30 мм. Возможно выполнение работы на компьютере и отпечатанный текст на белой бумаге формата А4 с одной стороны листа. Оформление работы должно быть единообразным, с соблюдением следующих типографических требований:

- поля: левое – 30 мм, правое – 15 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм;
- шрифт текста размером 14 пт., гарнитурой Times New Roman;
- шрифт заголовков (все прописные), подзаголовков 14 пт., гарнитурой Times New Roman;
- межстрочный интервал – полуторный;
- отступ красной строки – 1,25;
- разрешается использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определённых терминах, формулах, теоремах, применяя шрифты разной гарнитуры;

– выравнивание текста – по ширине, перенос слов не допускается.

Задачи должны иметь порядковые номера в пределах всего документа, обозначенные арабскими цифрами без точки. Наименование задач следует располагать по центру строки без точки в конце, прописными буквами жирным начертанием, отделяя от текста одной пустой строкой.

По ходу решения каждой задачи даются краткие пояснения. Все формулы расшифровываются.



#### **4 Методические указания по выполнению домашней контрольной работы**

К выполнению заданий следует приступать после изучения соответствующих разделов и нахождения ответов на вопросы самоконтроля. Номер выполняемого варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале. Задачи выполняются в соответствии с алгоритмом решения. Контрольная работа, выполненная не в соответствии с вариантом, не зачитывается и возвращается для переделки и повторного рецензирования. Выполненную контрольную работу необходимо своевременно (в соответствии с учебным графиком) выслать в колледж.

После получения зачтенной работы учащийся должен внимательно изучить рецензию и все замечания преподавателя, обратить внимание на допущенные ошибки, доработать материал. Не зачтенная работа или выполняется заново, или переделывается частично по указанию преподавателя.

Для допуска к получению итоговой отметки учащемуся необходимо выполнить домашнюю контрольную работу, сделать все необходимые исправления, указанные преподавателем в рецензии, выполнить лабораторную и практические работы.

## 5 Задания для домашней контрольной работы.

### Задача №1

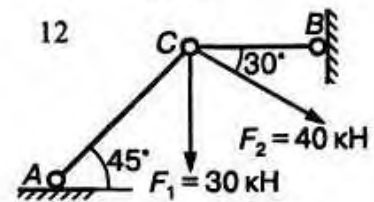
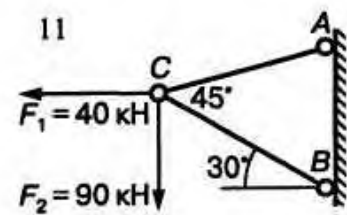
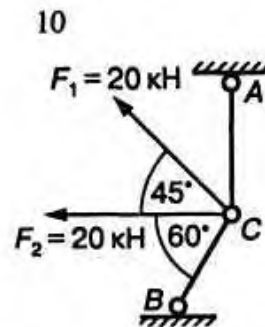
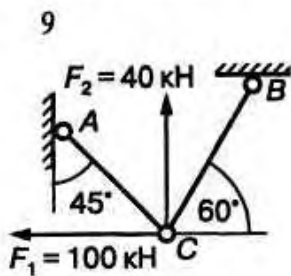
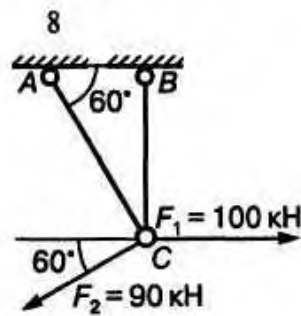
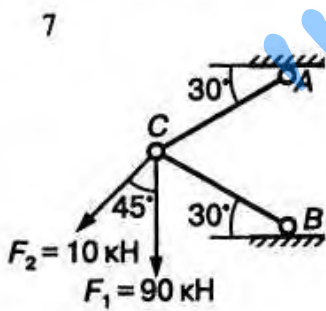
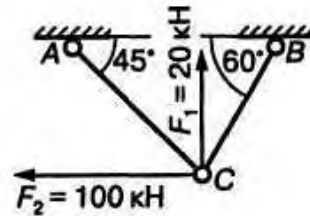
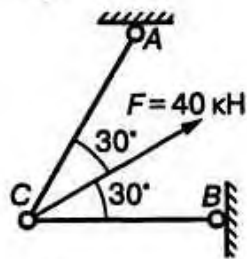
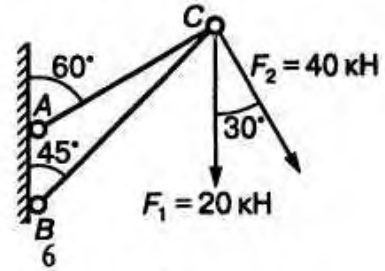
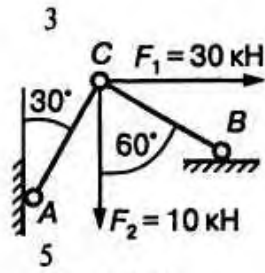
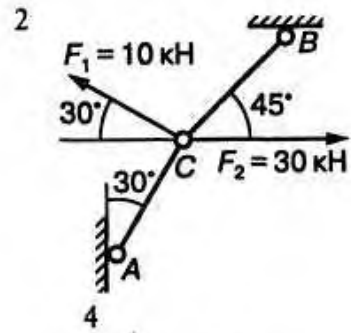
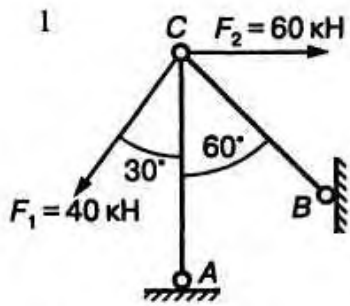
**Тема:** определение усилий в стержнях плоской системы сходящихся сил.

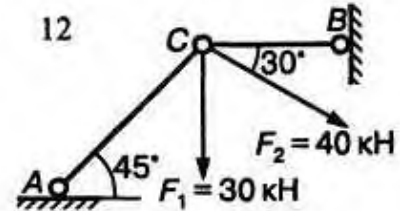
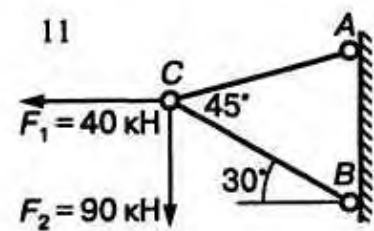
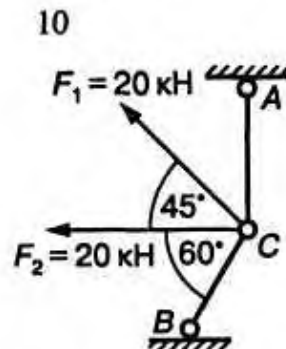
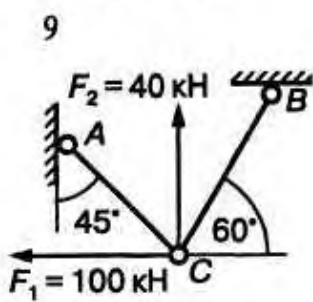
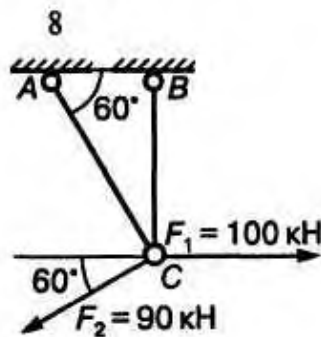
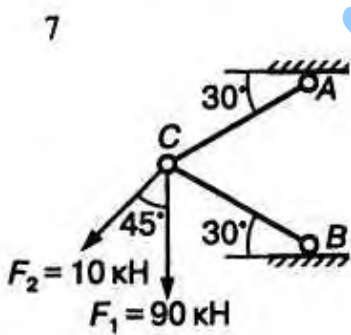
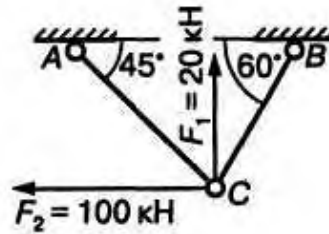
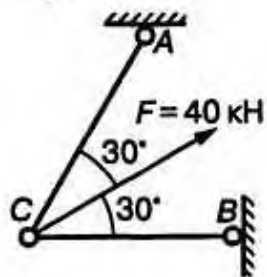
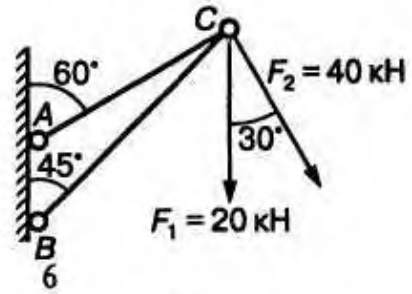
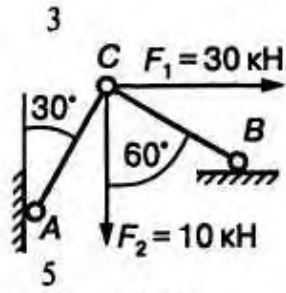
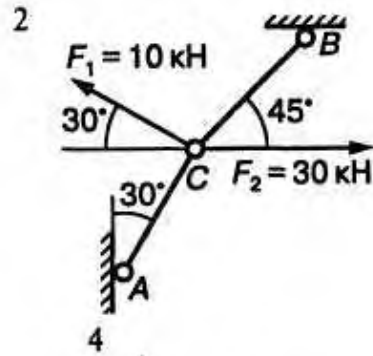
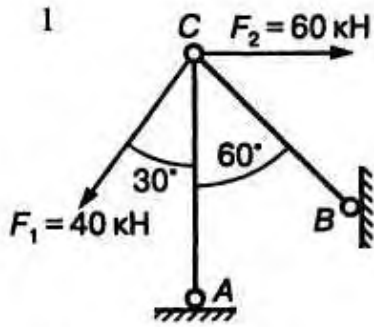
**Цель:** научить методике определения продольных сил в стержнях для системы сходящихся сил аналитически и графически.

#### *Алгоритм решения задачи*

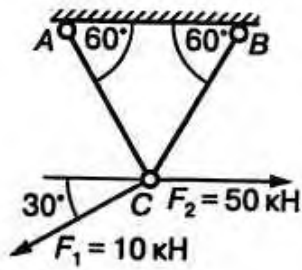
1. Полностью переписать условие задачи.
2. Вычертить расчетную схему согласно варианта, с соблюдением заданных углов. Справа от схемы разместить краткое дано и что необходимо найти.
3. Выбрать тело (точку), равновесие которого следует рассматривать.
4. Освободить тело (шарнир) от связей. Изобразить действующие на него активные силы и силы реакций связей. Реакции связей направить от вдоль стержней от шарнира, так как изначально принято считать стержни растянутыми.
5. Выбрать систему координат, совместив её начало с точкой.
6. Составить уравнения равновесия, используя условия равновесия системы сходящихся сил на плоскости  $\Sigma X_1=0$ ;  $\Sigma Y_1=0$ .
7. Определить реакции стержней из решения указанной системы уравнений.
8. Проверить правильность полученных результатов по уравнению, либо решить задачу графически.
9. Записать в ответ найденные величины, с указанием размерности.

Определить усилия в стержнях AC и BC по расчетным схемам

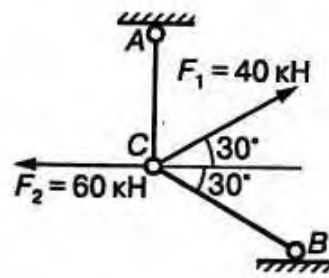




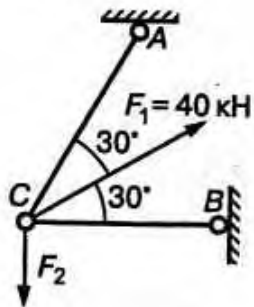
13



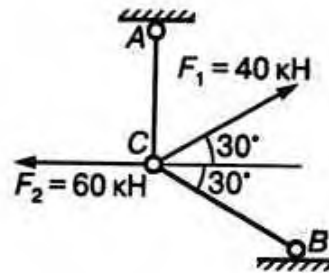
14



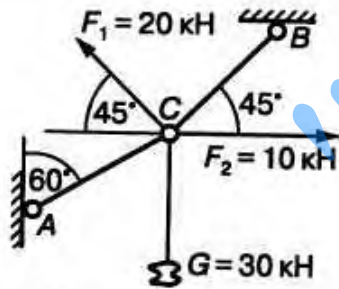
15



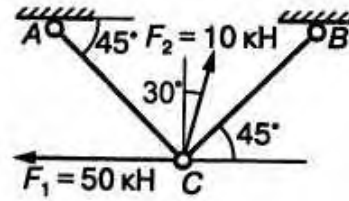
16



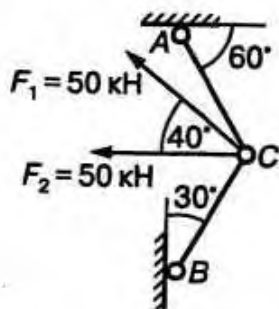
17



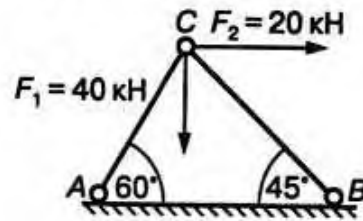
18



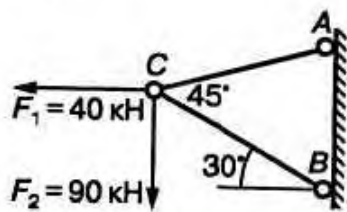
19



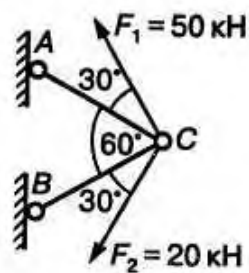
20



21

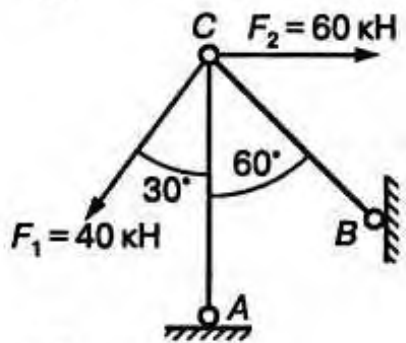


22

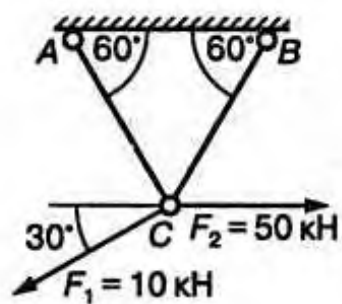




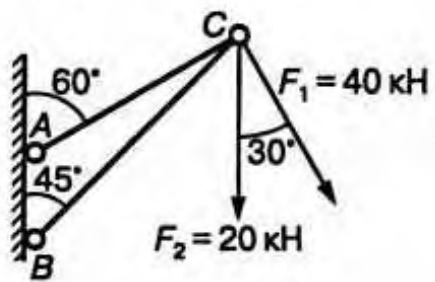
23



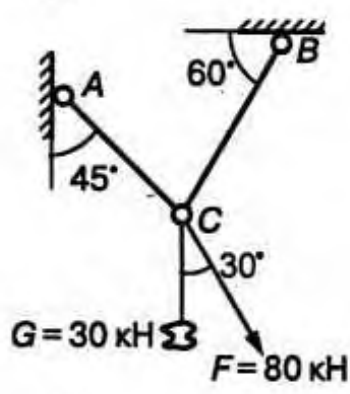
24



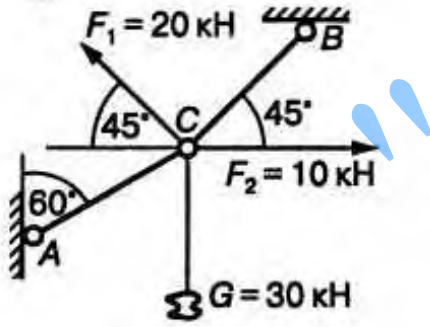
25



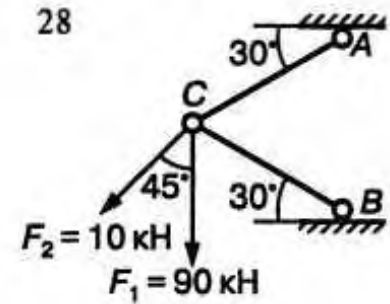
26



27



28



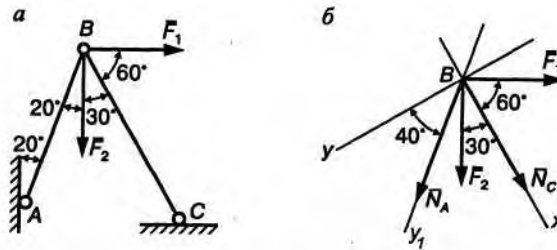
### Пример решения задачи №1.

К шарниру  $B$  приложены силы  $F_1=40$  кН  $F_2 = 20$  кН. Углы указаны на рис. 1,  $a$  ( $\alpha= 80^\circ$ ;  $\beta = 20^\circ$ ). Определить усилия в стержнях  $AB$  и  $BC$ , имеющих в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$  шарниры.

Решение.

Рассмотрим равновесие шарнира  $B$  (рис. 1,  $b$ ).

Освободимся от связей. Предположим, что оба стержня испытывают рас-



тяжение, и заменим их усилиями  $\bar{N}_A$  и  $\bar{N}_C$ . Таким образом, на шарнир действует уравновешенная система четырех сходящихся сил  $\bar{F}_1$ ,  $\bar{F}_2$ ,  $\bar{N}_A$ ,  $\bar{N}_C$ . Ось  $x$  направим по неизвестной силе  $\bar{N}_C$ , и поэтому в уравнение проекций всех сил на ось  $y$  войдет лишь одна неизвестная. Покажем углы, образуемые силами с одной из осей координат:

$$\sum F_{ix} = 0; N_C + F_2 \cos 30^\circ + N_A \cos 50^\circ + F_1 \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; N_A \cos 40^\circ + F_2 \cos 60^\circ - F_1 \cos 30^\circ = 0.$$

Решая эти уравнения, находим  $N_A$  и  $N_C$ :

$$N_A = \frac{F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{40 \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,5}{0,766} = 32,2 \text{ кН};$$

$$N_C = -(F_2 \cos 30^\circ + N_A \cos 50^\circ + F_1 \cos 60^\circ) = \\ = -(20 \cdot 0,866 + 32,2 \cdot 0,64 + 40 \cdot 0,5) = -57,9 \text{ кН}.$$

Для проверки составим уравнения проекций всех сил на ось  $y_1$ , направленную по неизвестной  $\bar{N}_A$ :

$$\sum F_{iy_1} = 0; N_A + F_2 \cos 20^\circ + N_C \cos 50^\circ - F_1 \cos 70^\circ = 0 \\ (32,2 + 20 \cdot 0,94 + (-57,9) \cdot 0,643 - 40 \cdot 0,342 = 0); 51 - 51 = 0).$$

Усилия в стержнях  $AB$  и  $BC$  определены правильно.

## Задача №2

**Тема:** определение опорных реакций балки.

**Цель:** приобрести твёрдые навыки определения реакций опор.

### *Алгоритм решения задачи с жестким защемлением.*

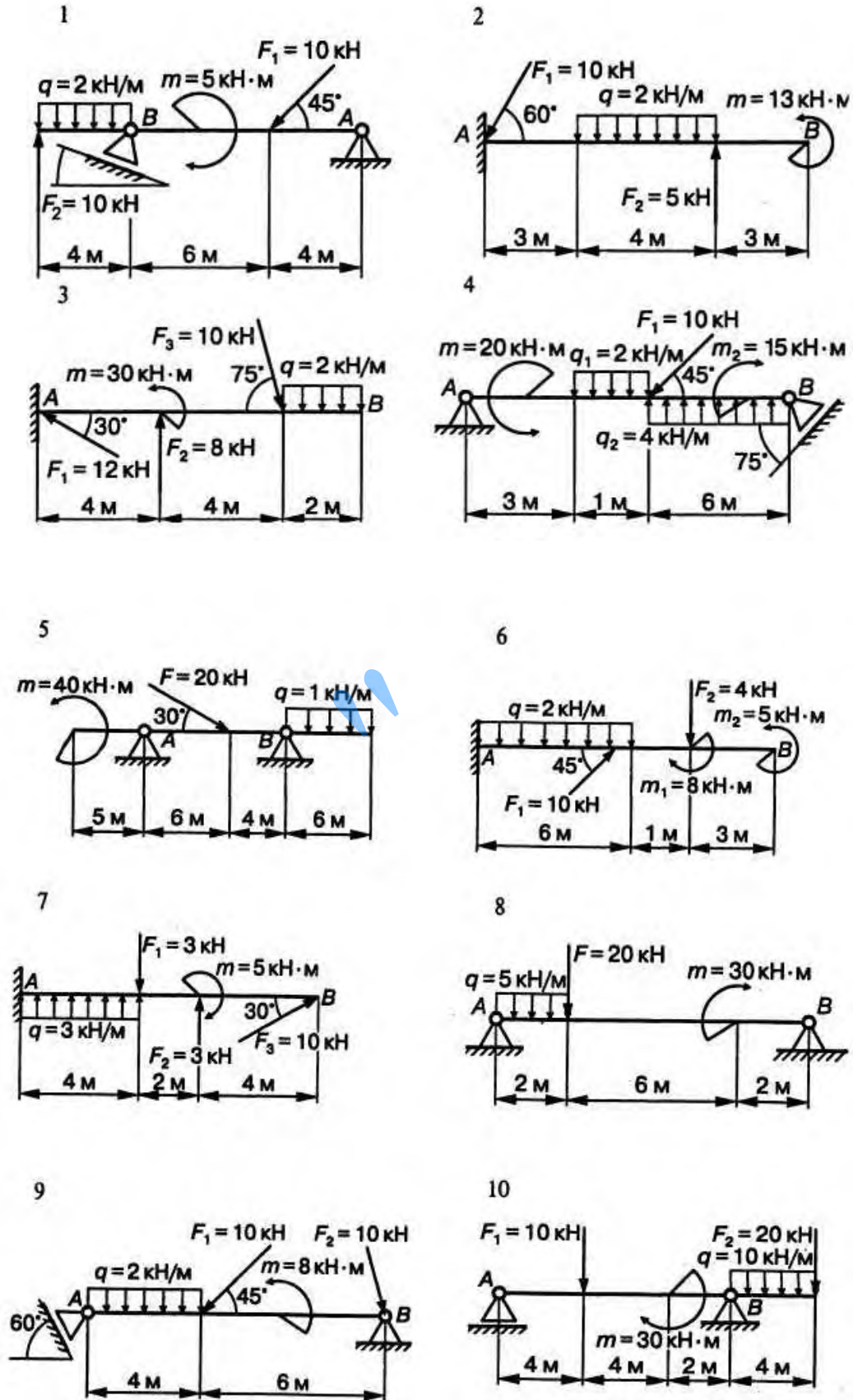
1. Переписать условие задачи.
2. Изобразить балку вместе с нагрузками на рисунке, соблюдая при этом заданные размеры её участков и угла  $\alpha$ , (эти данные для своего варианта учащиеся находят в таблице 2).
3. Выбрать расположение осей координат (в данном случае целесообразно ось «х» совместить с балкой, а ось «у» направить перпендикулярно).
4. Освободить балку от связи (в точке жесткого защемления), и заменить эту связь реакциями; так как направление реакций заранее неизвестно, то реакции следует заменить 2 составляющими, направленными вдоль выбранных осей координат и парой сил с моментом  $M_A$ .
5. Составить уравнения равновесия  $\sum X_n = 0$  -алгебраическую сумму проекции на ось «х»;  $\sum Y_n = 0$ -алгебраическая сумма проекций сил на ось «у».  $\sum M_A(F_n) = 0$ - алгебраическую сумму моментов относительно точки А (жесткого защемления).
6. Решая систему уравнений, определить значения неизвестных реакций.
7. Обязательно проверить правильность решения задачи, для чего составить уравнение моментов сил относительно произвольно выбранной точки-  $\sum M_d(F_n)$ . Если при подстановке числовых значений заданных и найденных величин образуется тождество вида  $0=0$ , что задача решена правильно, если этого тождества не образуется, то надо искать ошибку в решении: проверить правильность составления уравнений и вычислений в ходе их решения.
8. Вычисления производить с точностью до трёх значащих цифр после запятой.
9. Указывать единицы измерения физических величин.

### *Алгоритм решения задачи двух опорной балки*

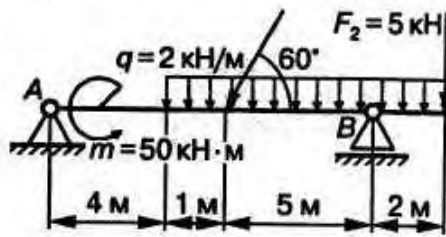
1. Переписать условие задачи;
2. Изобразить балку вместе с нагрузками на рисунке, соблюдая при этом заданные размеры её участков и угла  $\alpha$ , (эти данные для своего варианта учащийся находит в таблице 2);
3. Выбрать расположение осей координат (в данном случае целесообразно ось  $x$  совместить с балкой, а ось  $y$  направить ей перпендикулярно);
4. Освободить балку от связей (в точках **A** и **B**), заменив эти связи их реакциями; т. к. направление реакции неподвижного шарнира заранее не известно, то эту реакцию следует заменить двумя составляющими, направленными вдоль выбранных осей координат, реакция стержня BC направлена вдоль его собственной оси;
5. Составить уравнения равновесия  $\sum X_n = 0$ -алгебраическую сумму проекций на ось « $x$ »,  $\sum M_a(F_n) = 0$ - алгебраическую сумму моментов относительно точки **A** и  $\sum M_b(F_n)$  - алгебраическую сумму моментов относительно точки **B**;
6. Решая систему уравнений, определить значение исходных реакций;
7. Обязательно проверить правильность решения задачи, для чего составить уравнение равновесия- $(\sum Y_n = 0)$ ; алгебраическую сумму всех сил на ось « $y$ »). Если при подстановке числовых значений, заданных и найденных величин образуется тождество вида  $0=0$ , то задача решена правильно, если этого тождества не образуется, то надо искать ошибку в решении - проверить правильность составления уравнений и вычислений в ходе их решения;
8. Вычисления производить с точностью до трёх значащих цифр после запятой;
9. Указывать единицы физических величин.

## Задача №2

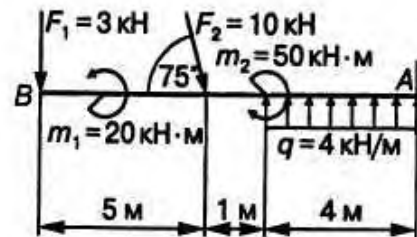
Определить опорные реакции балок.



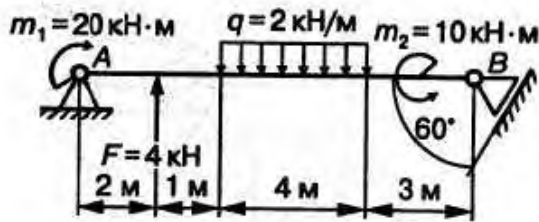
11



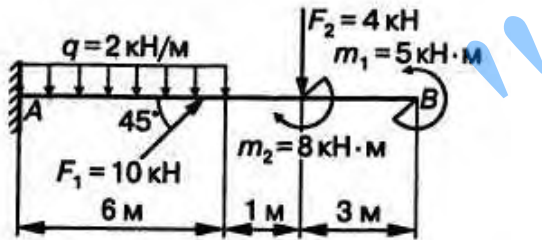
12



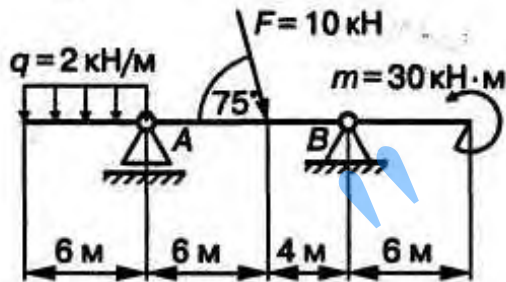
13



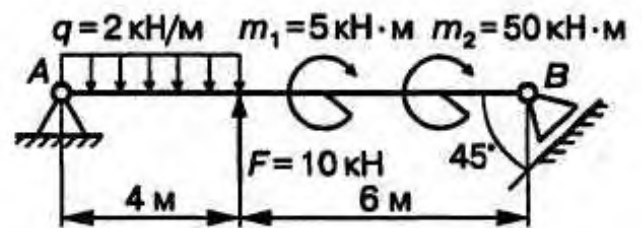
14



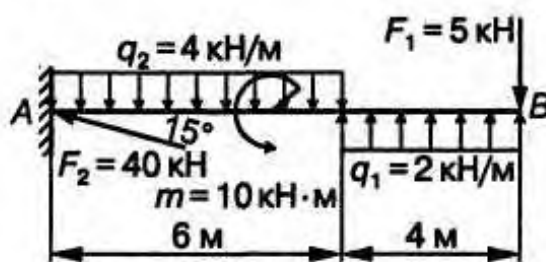
15



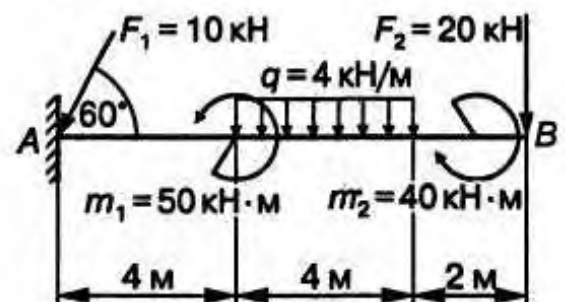
16



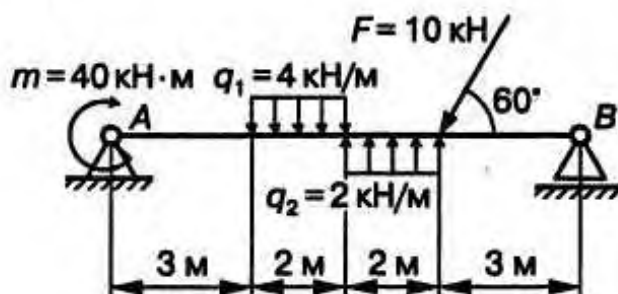
17



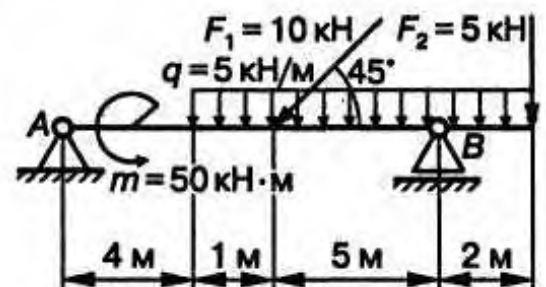
18



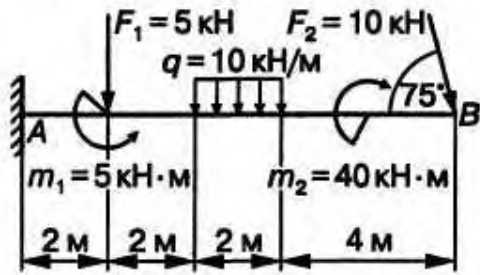
19



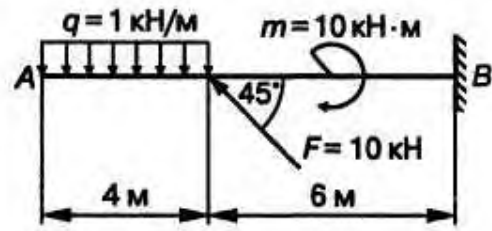
20



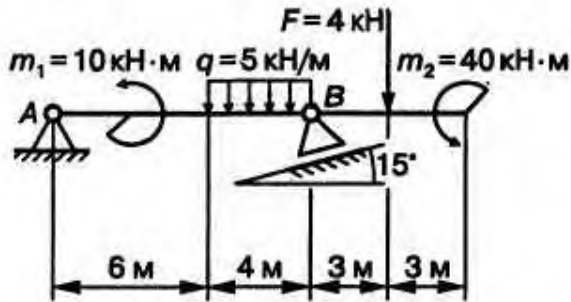
21



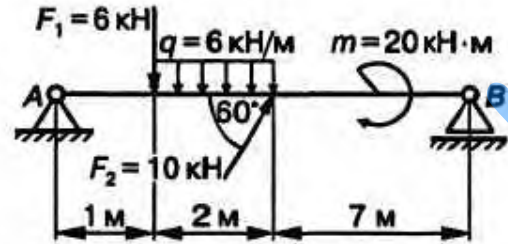
22



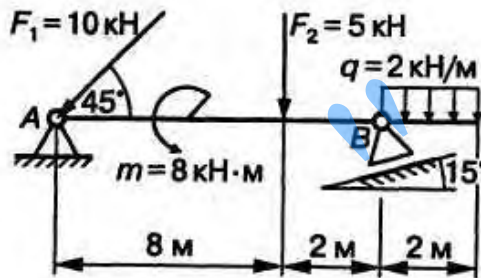
23



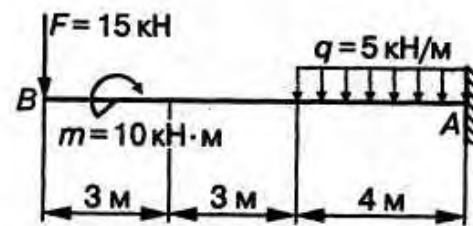
24



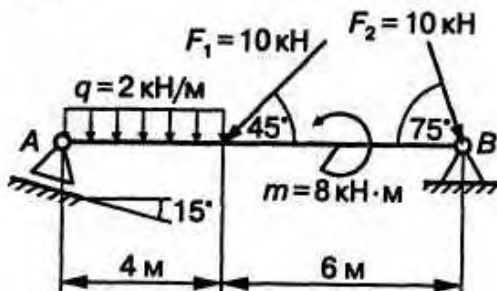
25



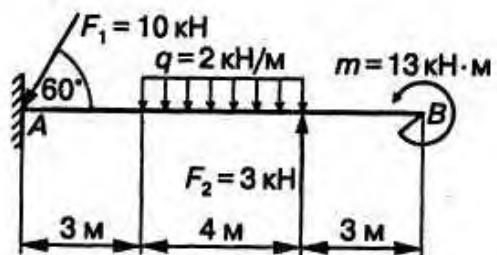
26



27



28



### Пример решения задачи №2.

На двухопорную одноконсольную балку, имеющую в точке А шарнирно-неподвижную опору, а в точке В шарнирно-подвижную опору, действуют сосредоточенные силы  $F_1$  и  $F_2$ , сосредоточенный момент  $m$  и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью  $q$ . Определить реакции опор (рис. 2).

#### Решение

Заменим распределенную нагрузку, действующую на участке балки DC длиной  $l=8\text{ м}$  равнодействующей. Так как нагрузка равномерно распределена в по всей длине участка, то ее равнодействующая

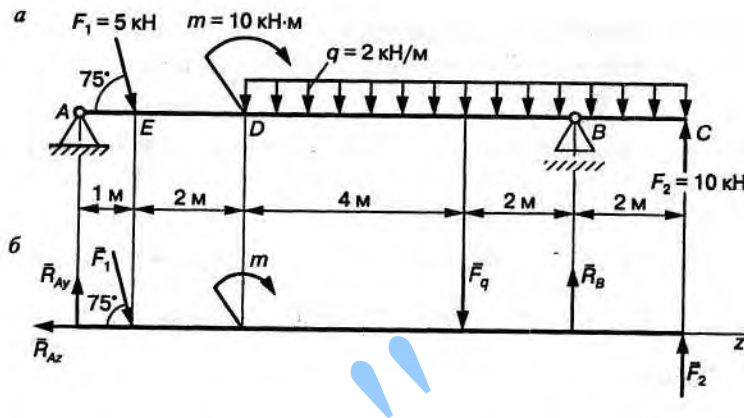


Рис 2 Двухопорная консольная балка

$F_q = ql = 2 \cdot 8 = 16\text{ кН}$  приложена в середине участка DC (рис. 2, б).

Шарнирно-подвижную опору В заменяем реакцией  $\bar{R}_B$ , направленной по нормали к опорной плоскости, а шарнирно-неподвижную опору А – составляющими реакции опоры  $\bar{R}_{Ay}$  и  $\bar{R}_{Az}$ .



Составляем три уравнения равновесия балки:

$$\sum M_A(\bar{F}_i) = 0; F_1 \cdot 1 \sin 75^\circ + F_q \cdot 7 - R_B \cdot 9 - F_2 \cdot 11 + m = 0;$$

$$\sum M_B(\bar{F}_i) = 0; R_{Ay} \cdot 9 - F_1 \sin 75^\circ \cdot 8 - F_q \cdot 2 - F_2 \cdot 2 + m = 0;$$

$$\sum F_{iz} = 0; F_1 \cos 75^\circ - R_{Az} = 0.$$

Решаем уравнения и определяем величину реакций опор:

$$R_{Ay} = \frac{F_1 \cdot 1 \sin 75^\circ \cdot 8 + F_q \cdot 2 + F_2 \cdot 2 - m}{9} =$$
$$= \frac{5 \cdot 0,966 \cdot 8 + 16 \cdot 2 + 10 \cdot 2 - 10}{9} = 8,9 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 1 \sin 75^\circ + F_q \cdot 7 - F_2 \cdot 11 + m}{9} =$$
$$= \frac{5 \cdot 1 \cdot 0,966 + 16 \cdot 7 - 10 \cdot 11 + 10}{9} = 1,87 \text{ кН};$$

$$R_{Az} = F_1 \cos 75^\circ.$$

Проверка:  $\sum F_{iy} = 0; R_{Ay} - F_1 \cos 15^\circ - F_q + R_B + F_2 = 0$   
( $8,96 - 5 \cdot 0,966 - 16 + 1,87 + 10 = 0; 20,83 - 20,83 = 0$ ).

Реакции опор определены правильно.

### Пример №2

Брус жёстко закреплён к стене. Определить реакции стены, если на брус действуют равномерно распределённая нагрузка интенсивностью  $q=2\text{кН/м}$ , и пара сил с моментом  $M=3\text{кН/м}$ . Размеры бруса указаны на рисунке (рис. 3а).

*Решение:*

Рассматриваем равновесие бруса. На него действует заданная нагрузка и реакция стены (жёсткая заделка). Эту реакцию представляем в виде реактивного момента  $M_a$  (пара всё с моментом  $M_a$ ) и силы  $R_a$ , которую раскладываем на вертикальную  $Y_a$  горизонтальную  $X_a$  составляющие. Направление  $M_a$ ,  $Y_a$ ,  $X_a$  принимаем произвольно. Заменяв жёсткую заделку неизвестными реакциями, получаем абсолютно свободное твердое тело. Заменяем ещё распределённую нагрузку её равнодействующей силой  $Q=q*3=6\text{кН}$ . Это сила проходит посередине участка, где действует заданная распределённая нагрузка. Так получаем расчетную схему (рис. 3б). Выбрав оси координат  $x$  и  $y$ , составляем уравнение равновесия системы сил, переложной к брусу.

$$\Sigma F_{kx}=0; X_a=0;$$

$$\Sigma F_{ky}=0; Y_a-Q=0;$$

$$\Sigma M_a(F_k)=0; M_a+M-Q*5,5=0.$$

Из них получаем:  $X_a=0$ ;  $Y_a=6\text{ кН}$ ;  $M_a=30\text{ кНм}$ .

Для проверки правильности решения задачи составляем уравнение равновесия:  $\Sigma M_b(F_k)=0; M_a-Y_a*7+M+Q*1,5=0$ .

Постановка заданных и найденных величин приводит к тождеству  $0=0$ . следовательно, реакции определены правильно.

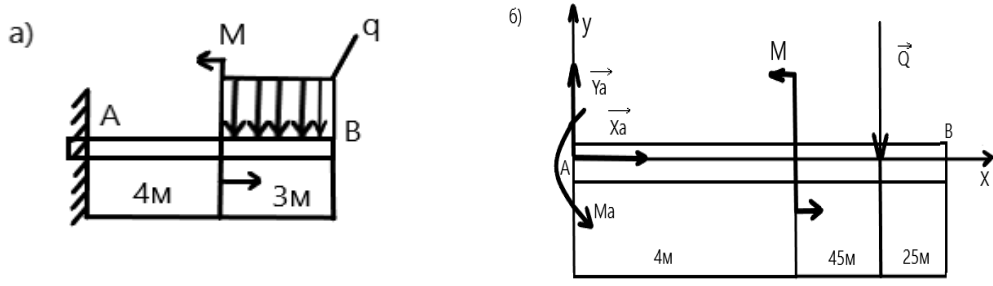


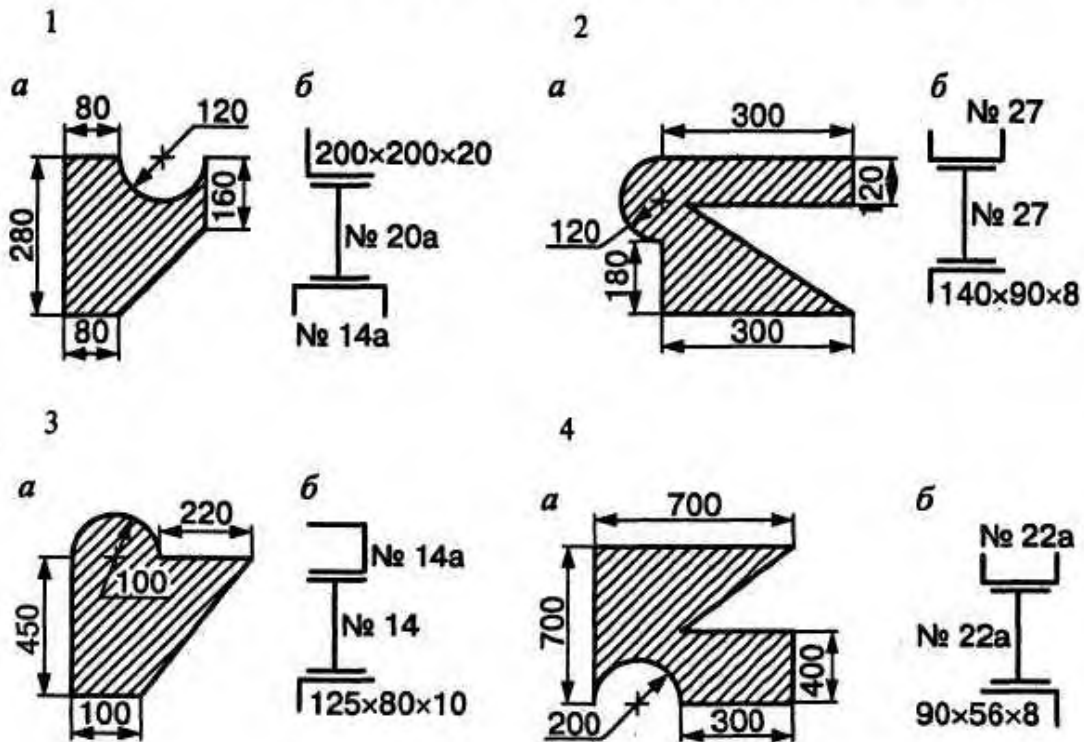
Рис 3 Консольная балка

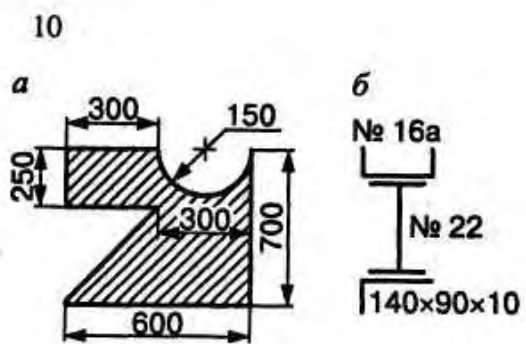
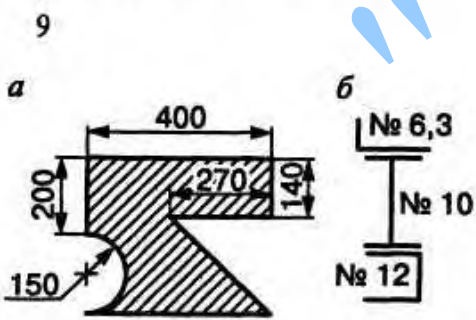
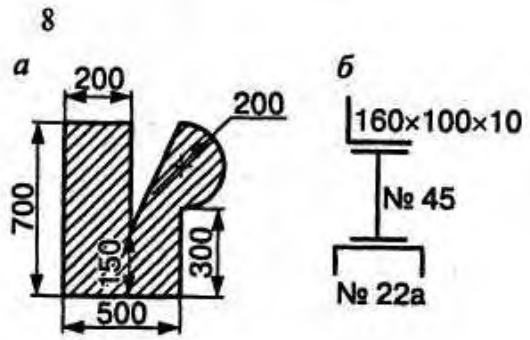
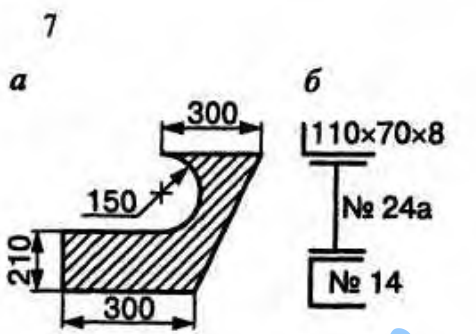
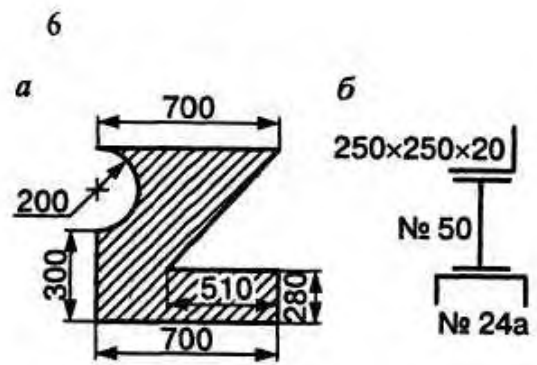
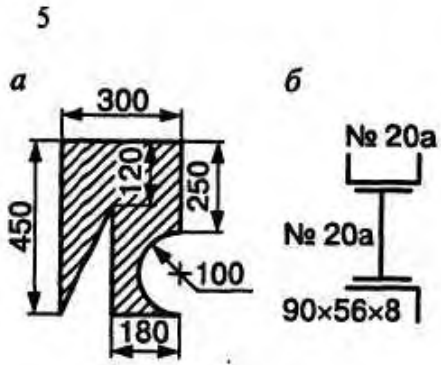
### Задача №3

Тема: Определение положения центра тяжести сложного и составного сечения.

Цель: Отработать методику определения положения центра тяжести

Определить положение центра тяжести однородной пластинки, форма и размеры которой показаны на схеме а, а также сечения, составленного из двутавра, швеллера, уголка (схема б).





### Пример №3

Определить положение центра тяжести для указанного сечения

Исходные данные			
$H$ , мм	$B$ , мм	$d$ , мм	$R$ , мм
60	140	20	40

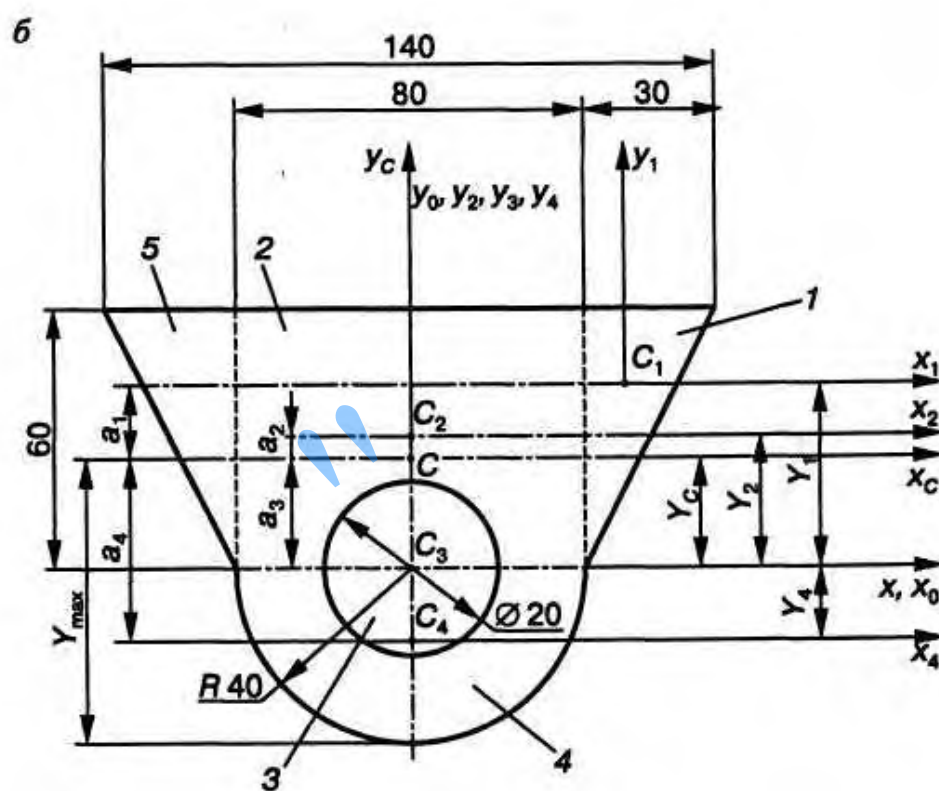
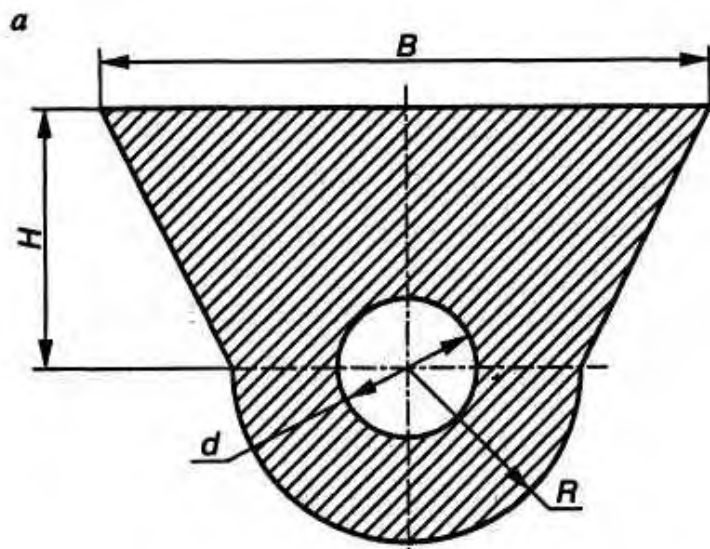
#### Решение

Ось  $y_C$  является осью симметрии сечения, следовательно,  $X_C = 0$ .

Для нахождения положения точки  $C$ , т.е. вычисления  $Y_C$  (рис. 1.12, б):

- разбиваем сечение на простые элементы 1, 2, 3, 4, 5;
- показываем центры тяжести каждого элемента сечения, т.е.  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ ;
- определяем  $Y_i, A_i$  и  $A_i Y_i$  для каждого элемента сечения. результаты записываем в табл.

	Номер элемента					$\sum_{i=1}^5$
	1	2	3	4	5	
$A_i, \text{мм}^2$	900	4800	-314	2512	900	8798
$Y_i, \text{мм}$	40	30	0	-16,96	40	
$A_i Y_i, \text{мм}^3$	36 000	144 000	0	-42603,52	36 000	173396,4



г) подсчитываем  $Y_C$ :

$$Y_C = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3 + A_4 Y_4 + A_5 Y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5} = \frac{173396,4}{8798} = 19,71 \text{ мм.}$$

По этим данным наносим точку  $C$  на рис.

### Пример 3

#### Решение

Вычерчиваем сечение в масштабе

Разбиваем сечение на простые элементы.

Выписываем данные элементов:

*I* – уголок неравнополочный № 14/9, ГОСТ 8510-86\*:  $B = 140$  мм;  $b = 90$  мм;  $A_1 = 18,00$  см<sup>2</sup>;  $X_0 = 2,03$  см;  $Y_0 = 4,49$  см;

*II* – полоса  $b \times h = 6 \times 290$ ;  $A_2 = 17,4$  см<sup>2</sup>;

*III* – швеллер № 20а, ГОСТ 8240-97:  $h = 200$  мм;  $b = 80$  мм;  $A_3 = 25,2$  см<sup>2</sup>;  $z_0 = 2,28$  см.

Проводим вспомогательные оси  $x_0, y_0$ , которые совпадают с осями полосы  $x_2, y_2$ .

Определяем координаты центров тяжести каждого элемента в выбранной системе координат:

$$X_1 = \left( \frac{0,6}{2} + 4,49 \right) = -4,79 \text{ см}; Y_1 = - \left( \frac{29}{2} - 2,03 \right) = -12,47 \text{ см};$$

$$X_2 = 0; Y_2 = 0;$$

$$X_3 = \left( \frac{0,6}{2} + 2,28 \right) = 2,58 \text{ см}; Y_3 = \frac{29}{2} - \frac{20}{2} = 4,5 \text{ см}.$$

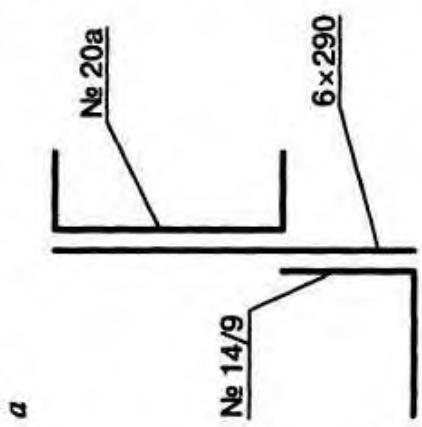
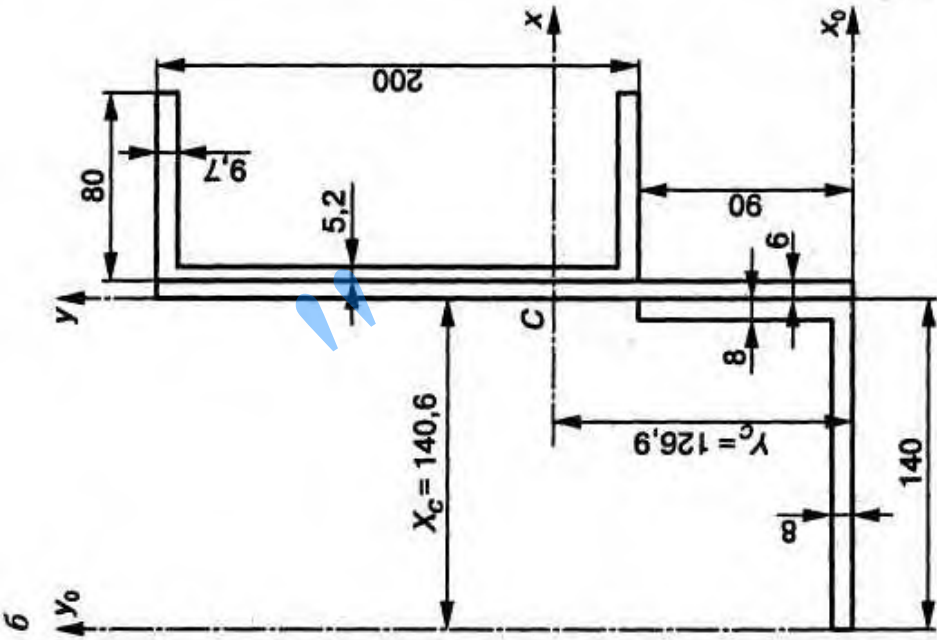
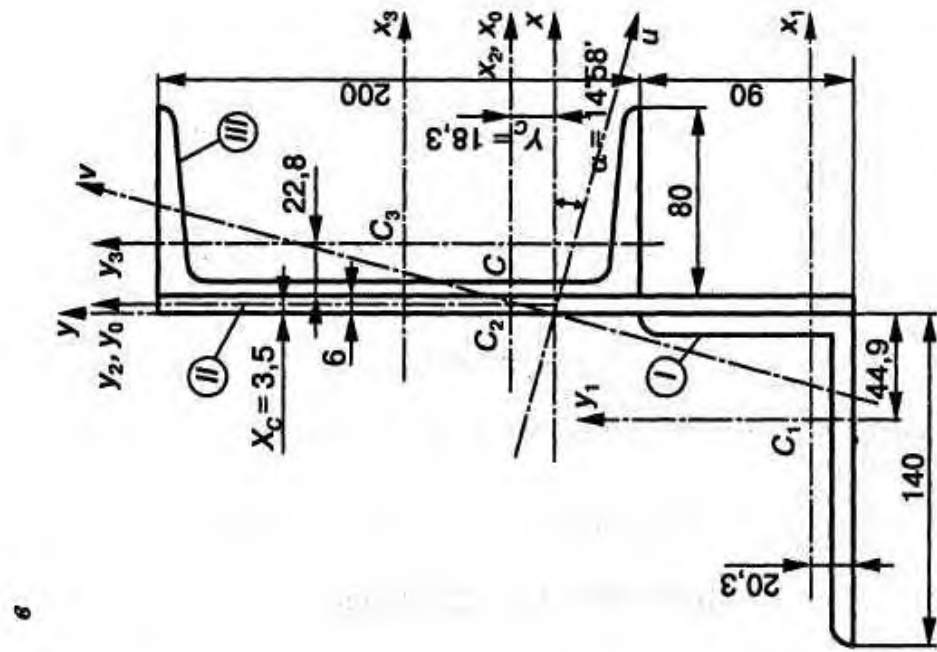
Находим суммарную площадь всего сечения:

$$A = \sum_{i=1}^n A_i = A_1 + A_2 + A_3 = 18,0 + 17,4 + 25,2 = 60,6 \text{ см}^2.$$

Определяем статические моменты сечения относительно осей  $x_0, y_0$ :

$$S_{x_0} = \sum_{i=1}^n A_i Y_i = A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3 = 18,0 \cdot (-12,47) + 17,4 \cdot 0 + 25,2 \cdot 4,5 = -111,06 \text{ см}^3;$$

$$S_{y_0} = \sum_{i=1}^n A_i X_i = A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 = 18,0 \cdot (-4,79) + 17,4 \cdot 0 + 25,2 \cdot 2,58 = -21,20 \text{ см}^3.$$



a

b

б



Вычисляем координаты центра тяжести сечения:

$$X_C = \frac{S_{y0}}{A} = \frac{-21,2}{60,06} = -0,35 \text{ см}; Y_C = \frac{S_{x0}}{A} = \frac{-111,06}{60,06} = -1,833 \text{ см.}$$

По этим данным наносим точку  $C$  – центр тяжести всего сечения на рис. 1.13, *в*.

## Задача №4

**Тема:** построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и перемещений при растяжении и сжатии. Расчёт на прочность.

**Цель:** сформировать умение строить эпюры продольных сил нормальных напряжений и определить удлинение или укорочение груза.

### *Алгоритм решения задачи*

1. Изобразить расчётную схему.
2. Разбить брус на участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, а для напряжений также и местах изменения размеров поперечного сечения.
3. Определить по методу сечений продольную силу для каждого участка (ординаты эпюры  $N$ ) и построить эпюру продольных сил  $N$ , для чего провести параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе получаемые значения ординат. Через концы ординат провести линии, поставить знаки и заштриховать эпюру линиями, параллельными ординатам.
4. Для построения эпюры нормальных напряжений определяем напряжения в поперечных сечениях каждого из участков. В пределах каждого участка напряжение постоянные, то есть эпюра на данном участке изображается прямой, параллельной оси бруса.
5. Перемещение свободного конца бруса определяем, как сумму удлинений (укорочений) участков бруса, вычисленных по формуле Гука.
6. Вычисления производить с точностью до трёх значащих цифр после запятой.
7. Указывать единицы физических величин.

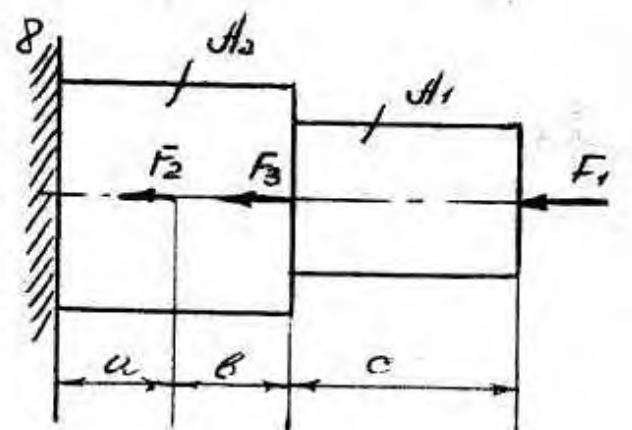
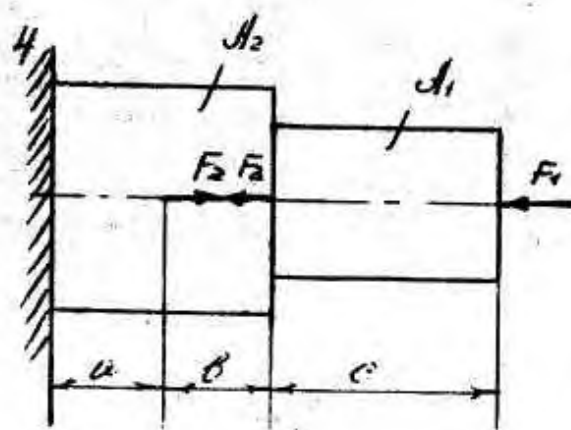
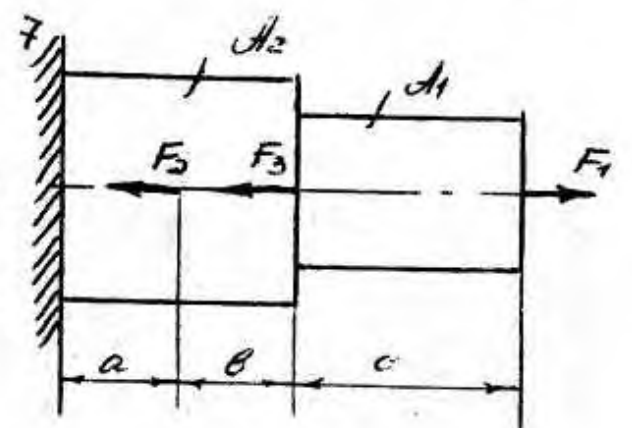
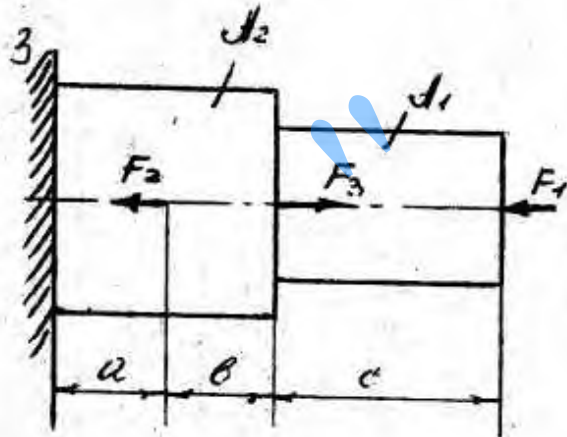
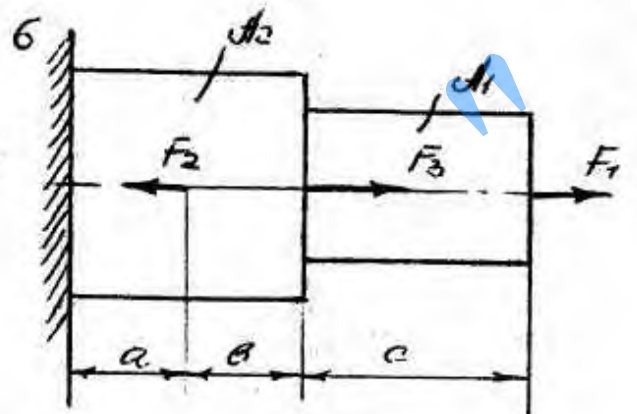
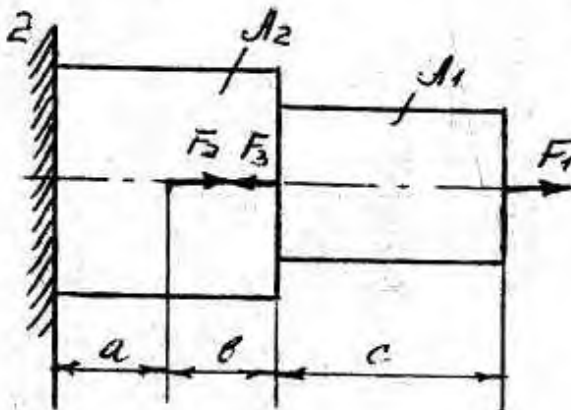
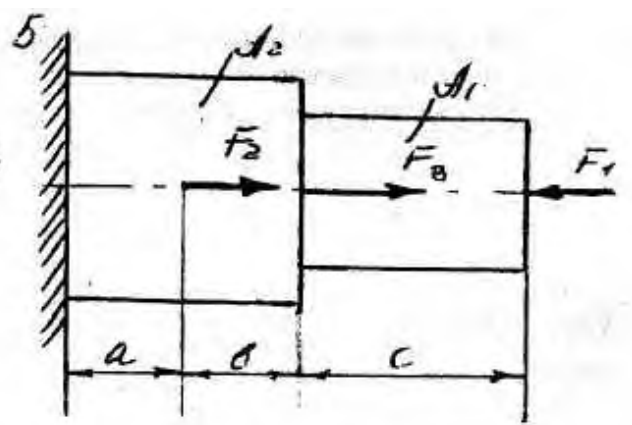
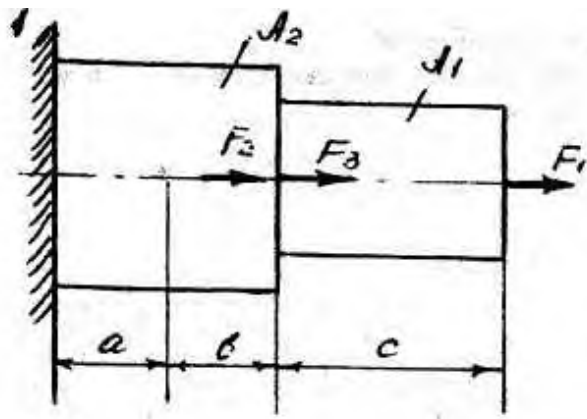
### Задача №4

Для заданного стального бруса (сталь Ст.3) требуется:

1). Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса;

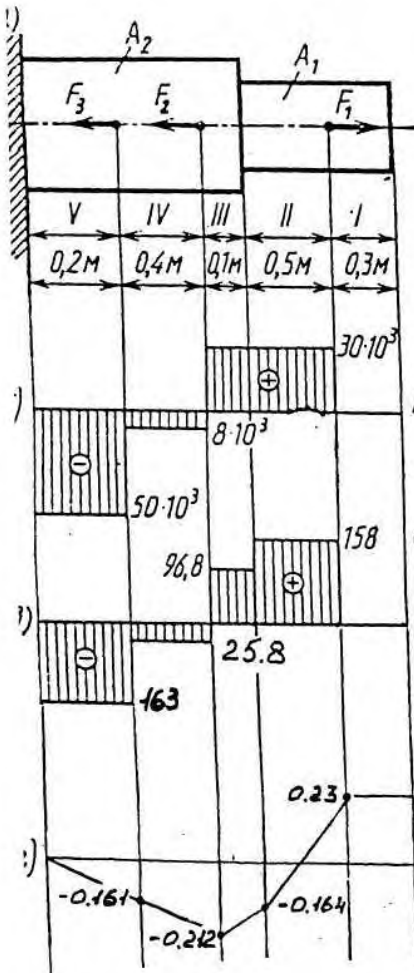
2). Определить удлинение (укорочение) бруса

Вариант	Схема	F1	F2	F3	A1	A2	a	b	C
		кН			мм <sup>2</sup>		М		
1	1	12	6	12	120	160	0,2	0,4	0,6
2	1	13	5	12	110	270	0,25	0,45	0,5
3	1	11	8	13	130	280	0,35	35	0,4
4	1	10	9	14	125	250	0,4	0,25	0,5
5	2	15	7	30	100	320	0,15	0,4	0,55
6	2	14,5	8,5	27	125	310	0,18	0,25	0,65
7	2	16	9	27,5	130	300	0,22	35	0,7
8	2	15,5	7,5	28,5	140	350	0,25	0,45	0,75
9	3	18	22	9	160	360	0,2	0,5	0,65
10	3	17,5	23	8	150	350	0,22	0,48	0,7
11	3	16,5	24	7,5	155	370	0,25	0,62	0,75
12	3	13,5	23	10	167	380	0,3	0,75	0,8
13	4	18	52	5	120	310	0,1	0,25	0,5
14	4	17	51	6	125	320	0,2	35	0,8
15	4	16	49	6	130	300	0,55	0,55	0,9
16	4	15	50	7	120	290	0,25	0,45	0,8
17	5	20	80	42	140	350	0,60	0,8	30
18	5	21	81	41	145	340	0,50	0,75	0,40
19	5	21	79	40	150	330	0,55	0,75	0,5
20	5	18	78	41	160	360	0,45	0,8	0,6
21	6	20	13	53	130	410	0,1	30	0,60
22	6	21	12	50	125	400	0,25	0,4	0,5
23	6	22	14	54	130	420	0,35	0,5	0,4
24	6	23	12	55	135	420	0,40	0,20	0,3
25	7	20	62	23	150	420	0,6	0,6	0,3
26	7	21	64	22	140	440	0,65	0,55	0,3
27	7	22	65	22	145	450	0,75	0,6	35
28	7	23	66	23	155	450	0,4	0,4	0,80
29	8	30	41	8	190	610	0,4	0,4	0,8
30	8	31	39	9	185	620	0,3	0,40	0,70
31	8	29	38	11	200	620	0,4	0,5	0,60
32	8	28	41	11	210	630	0,3	0,5	0,8



### Пример № 4.

Для данного ступенчатого бруса построить эпюру продольных сил, эпюру нормальных напряжений и определить перемещение свободного конца.



$E = 210^5 \text{ МПа} = 2 \times 10^{11} \text{ Па}$ ;  $F_1 = 30 \text{ кН} = 30 \times 10^3 \text{ Н}$ ;  $F_2 = 38 \text{ кН} = 38 \times 10^3 \text{ Н}$ ;  $F_3 = 42 \text{ кН} = 42 \times 10^3 \text{ Н}$ ;  $A_1 = 1,9 \text{ см}^2 = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $A_2 = 3,1 \text{ см}^2 = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .  $\text{кН} = 38 \text{ Н}$ ;

Решение:

1. Разбиваем брус на участки, как показано на рис.

2. Определяем ординаты эпюры  $N$  на участках бруса:

$$N_I = 0; N_{II} = F_1 = 30 \text{ кН}; N_{III} = F_1 = 30 \text{ кН};$$

$$N_{IV} = F_1 - F_2 = -8 \text{ кН}; N_V = F_1 - F_2 - F_3 = -50 \text{ кН};$$

Строим эпюру продольных сил (рис. 8, б).

3. Вычисляем ординаты эпюры нормальных напряжений:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_1} = 0;$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_1} = \frac{30 \cdot 10^3}{1,9 \cdot 10^{-4}} = 158 \cdot 10^6 \text{ Па} = 158 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-4}} = 96,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 96,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_2} = -\frac{8 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-4}} = -25,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = -25,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_V = \frac{N_V}{A_2} = -\frac{50 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-4}} = -163 \cdot 10^6 \text{ Па} = -163 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру нормальных напряжений

4. Определяем перемещение свободного конца:

$$\lambda = \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} + \Delta l_V;$$

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_I}{E \cdot A_1} = 0;$$

$$\Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l_{II}}{E \cdot A_1} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,9 \cdot 11^{-}} = 3,94 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,394 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_{III}}{E \cdot A_2} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0,1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,1 \cdot 10^{-4}} = 0,484 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,0484 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{IV} = -\frac{N_{IV} \cdot l_{IV}}{E \cdot A_2} = -\frac{8 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,1 \cdot 10^{-4}} = -0,516 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0,0516 \text{ мм};$$

$$\Delta l_V = -\frac{N_V \cdot l_V}{E \cdot A_2} = -\frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,1 \cdot 10^{-4}} = -1,61 \cdot 10^{-4} = -0,161 \text{ мм};$$

Строим эпюру перемещений поперечных сечений

$$\lambda = 0,394 + 0,0484 - 0,0516 - 1,161 \cong 0,23 \text{ мм.}$$

Брус удлиняется на 0,23 мм.

## Задача №5

**Тема:** построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов двух опорной балки.

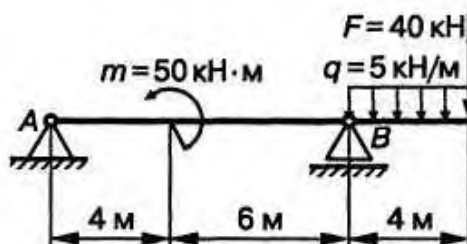
**Цель:** научиться определять ВСФ при изгибе, построение эпюр. Подбирать сечения или выполнять расчёт на прочность, исходя из условия расчёта на прочность.

### *Алгоритм решения задачи*

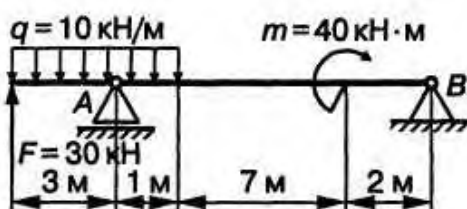
1. Изобразить расчётную схему.
2. Определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке, в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюру поперечных сил.
3. Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке, в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюру изгибающих моментов. Для определения экстремальных значений изгибающих моментов дополнительно определить моменты в этих сечениях.
4. Для опасного сечения из условия прочности определить  $W_x$  в опасном сечении, то есть в сечении, где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

**Примечание:** для балок с жестким защемлением реакции защемления находить не обязательно. При построении эпюр идем от свободного конца.

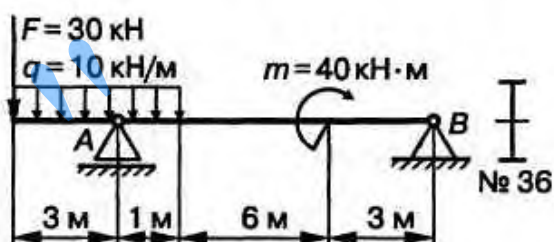
1. Определить размеры  $b$  и  $h$  балки прямоугольного сечения:  
 $h = 2b$ ;  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



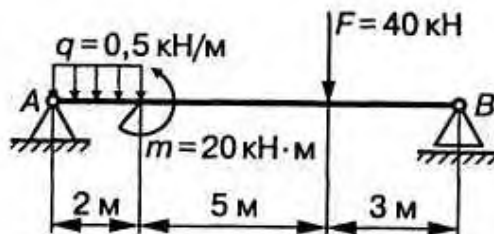
2. Подобрать номер швеллера:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



3. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.

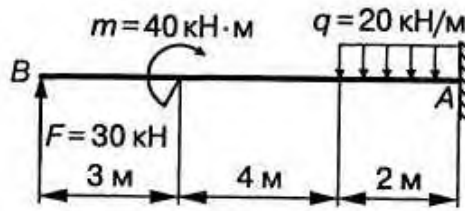


4. Подобрать номер швеллера для данной балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.

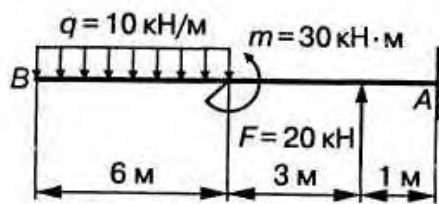




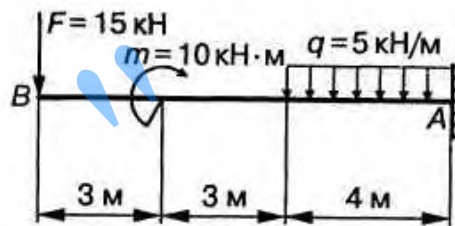
5. Проверить прочность балки:  $b = 100$  мм,  $h = 150$  мм,  $\sigma = 120$  МПа.



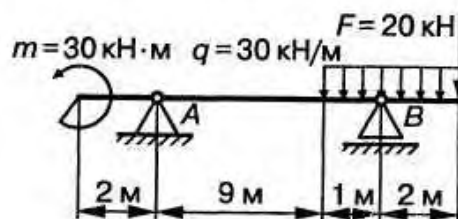
6. Подобрать номер двутавра для данной балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



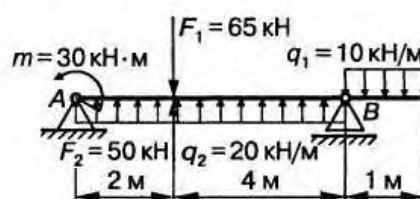
7. Определить номера двутавра:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



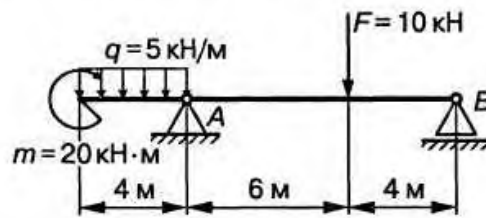
8. Определить диаметр балки круглого сечения:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



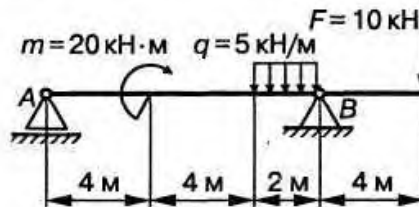
9. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



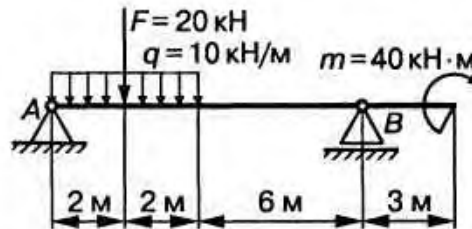
10. Проверить двутавровое сечение балки:  $\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}$ .



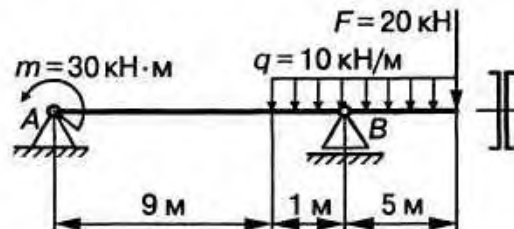
11. Проверить прочность балки прямоугольного сечения:  $b = 200 \text{ мм}$ ,  $h = 100 \text{ мм}$ ,  $\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}$ .



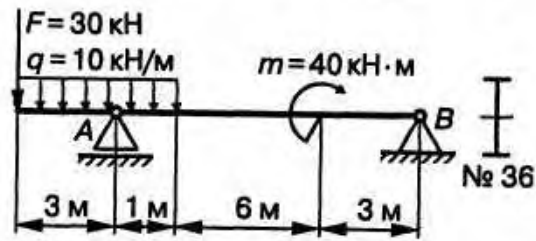
12. Определить диаметр балки круглого сечения:  $\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}$ .



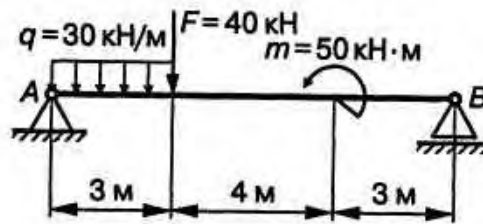
13. Подобрать номер швеллера:  $\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}$ .



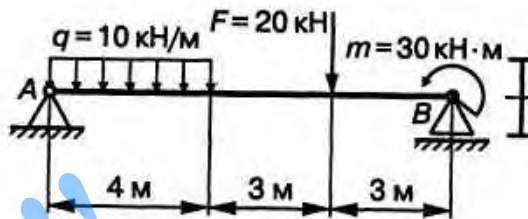
14. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



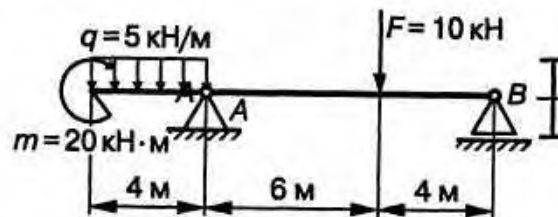
15. Проверить прочность балки двутаврового сечения № 40:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



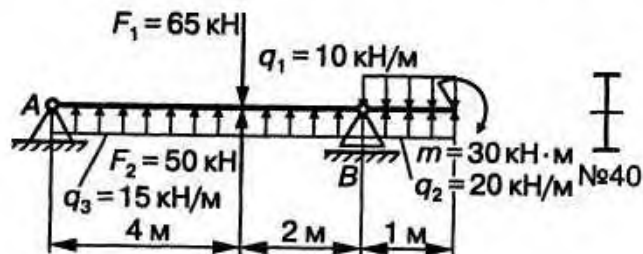
16. Подобрать номер двутавра:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



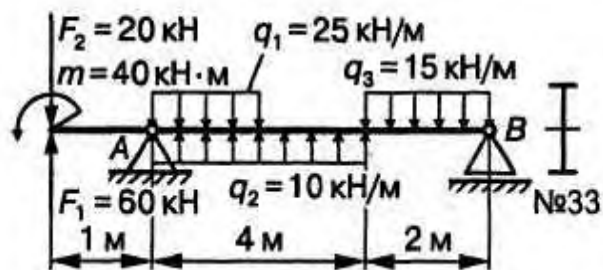
17. Подобрать двутавровое сечение балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



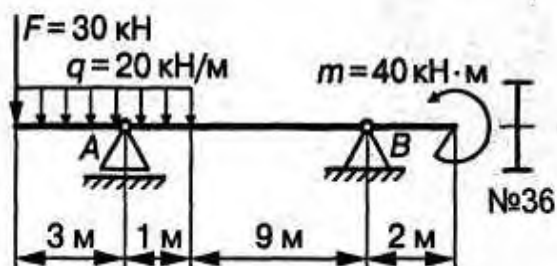
18. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



19. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



20. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.

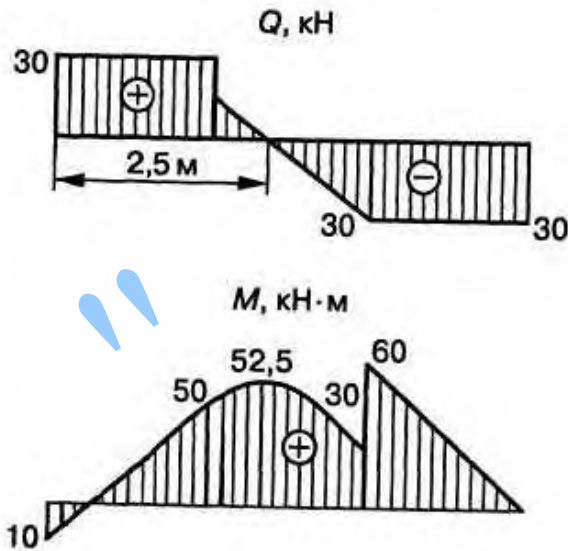
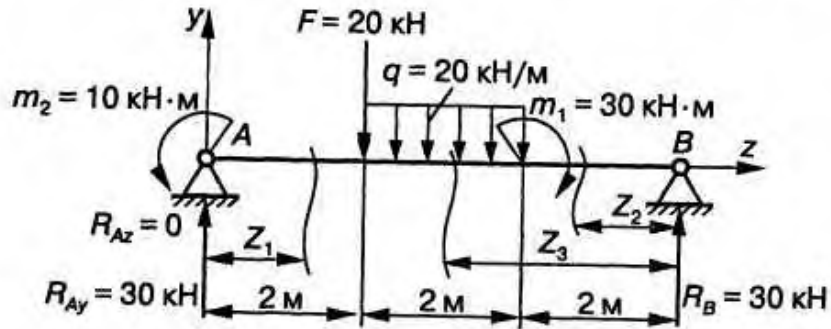


## Пример № 5

Для заданной балки

1) построить эпюры  $Q$  и  $M$ ;

2) подобрать двутавровое сечение при  $\sigma_{adm} = 160$  МПа.



### Решение

Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = 0; F \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 3 - m_1 + m_2 - R_B \cdot 6 = 0;$$

$$\sum M_B = 0; -m_2 + R_{Ay} \cdot 6 - F \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 3 + m_1 = 0;$$

$$R_A = (10 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 30) / 6 = 30 \text{ кН};$$

$$R_B = (20 \cdot 2 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 30) / 6 = 30 \text{ кН}.$$

Проверка:  $\sum F_{iy} = 0; 30 - 20 - 20 \cdot 2 + 30 = 0.$

Строим эпюры  $Q$  и  $M$ :

$$0 \leq z_1 \leq 2 \text{ м}; Q_{z1} = R_{Ay} = 30 \text{ кН};$$

$$M = R_{Ay}z_1 - m_2; M|_{z1=0} = -10 \text{ кН} \cdot \text{м}; M|_{z1=2\text{ м}} = 50 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$0 \leq z_1 \leq 2 \text{ м}; Q_{z2} = -R_B = -30 \text{ кН};$$

$$M_{z2} = R_B z_2; M|_{z2=0} = 0; M|_{z2=2\text{ м}} = 60 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$2 \text{ м} \leq z_3 \leq 4 \text{ м}; Q_{z2} = -R_B = -30 \text{ кН}; Q_{z3} = -R_B + q(z_3 - 2) = 0;$$

$$Q|_{z3=2\text{ м}} = 30 \text{ кН}; Q_{z3=4\text{ м}} = 10 \text{ кН};$$

$$z_3 = \frac{R_B + 2q}{q} = \frac{30 + 2 \cdot 20}{20} = 3,5 \text{ м};$$

$$M_{z3} = R_B z_3 + m_1 + q(z_3 - 2)(z_3 - 2) / 2;$$

$$M|_{z3=2\text{ м}} = 30 \cdot 2 - 30 - 20 \cdot 0 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{z3=4\text{ м}} = 30 \cdot 4 - 30 - 20 \cdot (4 - 2)^2 / 2 = 50 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M|_{z3=3,5\text{ м}} = 30 \cdot 3,5 - 30 - 20(3,5 - 2)^2 / 2 = 52,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Подбираем для балки двутавровое сечение. Из условия прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma = M_{\max} / W_x \leq \sigma_{\text{adm}} \Rightarrow W_x = M_{\max} / \sigma_{\text{adm}} = 60 \cdot 10^6 / 160 = 375 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

При подборе сечения следует производить проверку сечений с большим и меньшим моментами сопротивления, т.е. оценивать степень недогрузки и перегрузки балки.

По сортаменту ГОСТ 8239-89 выбираем по отношению к рассчитанному:

1) двутавр № 27 ( $W_x = 375 \text{ см}^3 = 375 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$ ): действительное расчетное напряжение  $\sigma = 60 \cdot 10^6 / 375 \cdot 10^3 = 161,73 \text{ МПа}$ ;  $161,73 \text{ МПа} > \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа} \Rightarrow$  сечение перегружено;  $\Pi = (161,73 - 160) / 160 \cdot 100\% = 1,08 \%$ ;

2) двутавр № 27а ( $W_x = 407 \text{ см}^3$ ): действительное расчетное напряжение  $\sigma = 60 \cdot 10^6 / 4 \cdot 10^3 = 147,4 \text{ МПа}$ ;  $147,4 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$  – сечение недогружено;  $\text{H} = (160 - 147,4) / 160 \cdot 100\% = 7,8\%$ .

С точки зрения обеспечения прочности можно принять любое сечение: допускается перегрузка  $\Pi \leq 5\%$ , недогрузка  $\text{H} \leq 10\%$ .

## 6 Оценка результатов учебной деятельности при выполнении домашней контрольной работы

По результатам выполненной домашней контрольной работы выставляется отметка «зачтено». Отметка «не зачтено» ставится, если имеются грубые ошибки в выполнении задания, не даны соответствующие пояснения по ходу решения задач, расчетные схемы и эпюры выполнены с грубыми нарушениями. Отсутствуют единицы измерения определяемых величин.

Результат выполнения домашней контрольной работы	Оценка результатов учебной деятельности
Работа выполнена не в полном объеме или не соответствует заданию и т.д. Допущены существенные ошибки при решении задач, неграмотно применяются необходимые формулы, неверно применены уравнения равновесия; эпюры не построены или построены с грубыми ошибками; не даны пояснения по ходу решения задач.	Не зачтено
Работа выполнена в полном объеме и соответствует заданию и т.д. Допущены несущественные ошибки, не искажающие сути вопроса, допущены единичные математические ошибки.	Зачтено



## 7 Литература

1. Соколовская В.П. Техническая механика. Лабораторный практикум/  
В. П. Соколовская. М.,2010.
2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т./  
В.И. Анурьев. М.,2001.Т.2.
3. Аркуша А.И. Техническая механика. / А.И.Аркуша.М.,1989.
4. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. /  
А.И.Аркуша.М.,2001.
5. Борель Е.А. Сопротивление материалов. / Е.А. Борель. М.,2001.
6. ГОСТ 1.105-95. Общие требования к оформлению текстовых документов. /  
М.,1995.

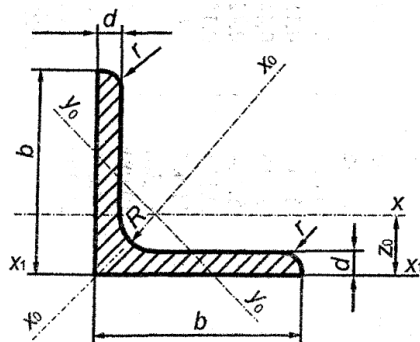
## Приложение 1

### ЗНАЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$\alpha^\circ$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
0	0,0000	1,0000	0,0000	$\pm \infty$
1	0,0175	0,9998	0,0175	57,290
2	0,0349	0,9994	0,0349	28,636
3	0,0523	0,9986	0,0524	19,081
4	0,0698	0,9976	0,0699	14,301
5	0,0872	0,9962	0,0875	11,430
6	0,1045	0,9945	0,1051	9,514
7	0,1219	0,9925	0,1228	8,144
8	0,1392	0,9903	0,1405	7,115
9	0,1564	0,9877	0,1584	6,314
10	0,1736	0,9848	0,1763	5,671
11	0,1908	0,9816	0,1944	5,145
12	0,2079	0,9781	0,2126	4,705
13	0,2250	0,9744	0,2309	4,331
14	0,2419	0,9703	0,2493	4,01
15	0,2588	0,9659	0,2697	3,732
16	0,2756	0,9613	0,2867	3,487
17	0,2924	0,9563	0,3057	3,271
18	0,3090	0,9511	0,3249	3,076
19	0,3256	0,9455	0,3443	2,904
20	0,3420	0,9397	0,3640	2,747
21	0,3584	0,9336	0,3839	2,605
22	0,3746	0,9272	0,4040	2,475
23	0,3907	0,9205	0,4245	2,356
24	0,4067	0,9135	0,4452	2,246
25	0,4226	0,9063	0,4663	2,145
26	0,4384	0,8988	0,4877	2,050
27	0,4540	0,8910	0,5095	1,963
28	0,4695	0,8829	0,5317	1,881
29	0,4848	0,8746	0,5543	1,804
30	0,5000	0,8660	0,5774	1,732
31	0,5150	0,8572'	0,6009	1,664
32	0,5299	0,8480	0,6249	1,600
33	0,5446	0,8387	0,6494	1,540
34	0,5392	0,8290	0,6745	1,483
35	0,3736	0,8192	0,7002	1,428
36	0,5878	0,8090	0,7265	1,376
37	0,6018	0,7986	0,7536	1,327
38	0,6157	0,7880	0,7813	1,280
39	0,6293	0,7771	0,8098	1,235
40	0,6128	0,7660	0,8391	1,192
41	0,6561	0,7547	0,8693	1,150
42	0,6691	0,7431	0,9004	1,111
43	0,6820	0,7314	0,9325	1,072
44	0,6947	0,7193	0,9657	1,036
45	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000

## СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ

### Сталь прокатная угловая равнополочная (ГОСТ 8509-93)



Обозначения:

$b$  – ширина полки;

$i$  – радиус инерции;

$R$  – радиус внутреннего закругления;

$r$  – радиус закругления полки;

$J$  – момент инерции;

$d$  – толщина полки;

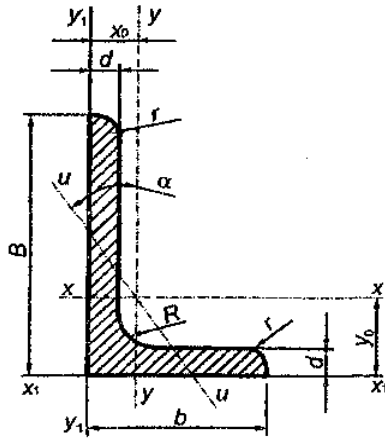
$z_0$  – расстояние от центра тяжести до полки.

№ профиля	$b$	$d$	$R$	$r$	Площадь сечения $A$ , см <sup>2</sup>	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей									
							$x - x$		$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$		$x_1 - x_1$		$z_0$ , см	
							$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x0max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x0max}$ , см	$J_{y0min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y0min}$ , см	$J_{x1}$ , см <sup>4</sup>			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,23	0,60		
							1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	0,28	0,64
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,36	1,45	0,91	2,30	1,15	0,60	0,59	0,85	0,85		
							2,27	1,78	1,84	0,80	2,92	1,13	0,77	0,58	1,08	0,89
4	40	3	5,0	1,7	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	2,08	1,09		
							3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	2,68	1,13
							3,79	2,98	5,53	1,21	8,75	1,52	2,30	0,78	3,22	1,17
4,5	45	3	5,0	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	3,00	1,21		
							3,48	2,73	6,63	1,38	10,52	1,74	2,74	0,89	3,89	1,26
							4,29	3,37	8,03	1,37	12,74	1,72	3,33	0,88	4,71	1,30

5	50	3	5,5	1,8	2,96	2,32	7,11	1,55	11,27	1,95	2,95	1,00	4,16	1,33
		4			3,89	3,05	9,21	1,54	14,63	1,94	3,80	0,99	5,42	1,38
		5			4,80	3,77	11,20	1,53	17,77	1,92	4,63	0,98	6,57	1,42
		6			5,69	4,47	13,07	1,52	20,72	1,91	5,43	0,98	7,65	1,46
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	3,44	13,10	1,73	20,79	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52
		5			5,41	4,25	15,97	1,72	25,36	2,16	6,59	1,10	9,41	1,57
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	3,90	18,86	1,95	29,90	2,45	7,81	1,25	11,00	1,69
		5			6,13	4,81	23,10	1,94	36,80	2,44	9,52	1,25	13,70	1,74
		6			7,28	5,72	27,06	1,93	42,91	2,43	11,18	1,24	15,90	1,78
7	70	4,5	8	2,7	6,20	4,87	29,04	2,16	46,03	2,72	12,04	1,39	17,00	1,88
		5			6,86	5,38	31,94	2,16	50,67	2,72	13,22	1,39	18,70	1,90
		6			8,15	6,39	37,58	2,15	59,64	2,71	15,52	1,38	22,10	1,94
		7			9,42	7,39	42,98	2,14	68,19	2,69	17,77	1,37	25,20	1,99
7,5	75	8	9	3	10,67	8,37	48,16	2,12	76,35	2,68	19,97	1,37	28,20	2,02
		5			7,39	5,80	39,53	2,31	62,65	2,91	16,41	1,49	23,10	2,02
		6			8,78	6,89	46,57	2,30	73,87	2,90	19,28	1,48	27,30	2,06
		7			10,15	7,96	53,34	2,29	84,61	2,89	22,07	1,47	31,20	2,10
8	80	8	10	3,3	11,50	9,02	59,84	2,28	94,89	2,87	24,80	1,47	35,00	2,15
		9			12,83	10,07	66,10	2,27	104,72	2,86	27,48	1,46	38,60	2,18
		5,5			8,63	6,78	52,68	2,47	83,56	3,11	21,80	1,59	30,90	2,17
		6			9,38	7,36	56,97	2,47	90,40	3,11	23,54	1,58	33,40	2,19
9	90	7	12	4	10,85	8,51	65,31	2,45	103,60	3,09	26,97	1,58	38,30	2,23
		8			12,30	9,65	73,36	2,44	116,39	3,08	30,32	1,57	43,00	2,27
		6			10,61	8,33	82,10	2,78	130,00	3,50	33,87	1,79	48,10	2,43
		7			12,28	9,64	94,30	2,77	149,67	3,49	38,94	1,78	55,40	2,47
10	100	8	12	4	13,93	10,93	106,11	2,76	168,42	3,48	43,80	1,77	62,30	2,51
		9			15,60	12,20	118,00	2,75	186,00	3,46	48,60	1,77	68,00	2,55
		6,5			12,82	10,06	122,10	3,09	193,46	3,89	50,73	1,99	71,40	2,68
		7			13,75	10,79	130,59	3,08	207,01	3,88	54,16	1,98	76,40	2,71
10	100	8	12	4	15,60	12,25	147,19	3,07	233,46	3,87	60,92	1,98	86,30	2,75
		10			19,24	15,10	178,95	3,05	283,83	3,84	74,08	1,96	110,00	2,83

		12			22,80	17,90	208,90	3,03	330,95	3,81	86,84	1,95	122,00	2,91
		14			26,28	20,63	237,15	3,00	374,98	3,78	99,32	1,94	138,00	2,99
		16			29,68	23,30	263,82	2,98	416,04	3,74	111,61	1,94	152,00	3,06
11	110	7	12	4	15,15	11,89	175,61	3,40	278,54	4,29	72,68	2,19	106,00	2,96
		8			17,20	13,50	198,17	3,39	314,51	4,28	81,83	2,18	116,00	3,00
12,5	125	8			19,69	15,46	294,36	3,87	466,76	4,87	121,98	2,49	172,00	3,36
		9			22,0	17,30	327,48	3,86	520,00	4,86	135,88	2,48	192,00	3,40
		10	14	4,6	24,33	19,10	359,82	3,85	571,04	4,84	148,59	2,47	211,00	3,45
		12			28,89	22,68	422,23	3,82	670,02	4,82	174,43	2,46	248,00	3,53
		14			33,37	26,20	481,76	3,80	763,90	4,78	199,62	2,45	282,00	3,61
		16			37,77	29,65	538,56	3,78	852,84	4,75	224,29	2,44	315,00	3,68
14	140	9	14	4,6	24,72	19,41	465,72	4,34	739,42	5,47	192,03	2,79	274,00	3,78
		10			27,33	21,45	512,29	4,33	813,62	5,46	210,96	2,78	301,00	3,82
		12			32,49	25,50	602,49	4,31	956,98	5,43	248,01	2,76	354,00	3,90
16	160	10			31,43	24,67	774,24	4,96	1229,10	6,25	319,38	3,19	455,00	4,30
		11			34,42	27,02	844,21	4,95	1340,06	6,24	347,77	3,18	496,00	4,35
		12			37,39	28,35	912,89	4,94	1450,00	6,23	357,78	3,17	537,00	4,39
		14	16	5,3	43,57	33,97	1046,47	4,92	1662,13	6,20	430,81	3,16	615,00	4,47
		16			49,07	38,52	1175,19	4,89	1865,73	6,17	484,64	3,14	690,00	4,55
		18			54,79	43,01	1290,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	3,13	771,00	4,63
		20			60,40	47,44	1418,85	4,85	2248,26	6,10	589,43	3,12	830,00	4,70

Сталь прокатная угловая неравнополочная (ГОСТ 8510–86)



Обозначения:

$B$  – ширина большой полки;

$b$  – ширина малой полки;

$d$  – толщина полки;

$R$  – радиус внутреннего закругления;

$r$  – радиус закругления полки;

$J$  – момент инерции;

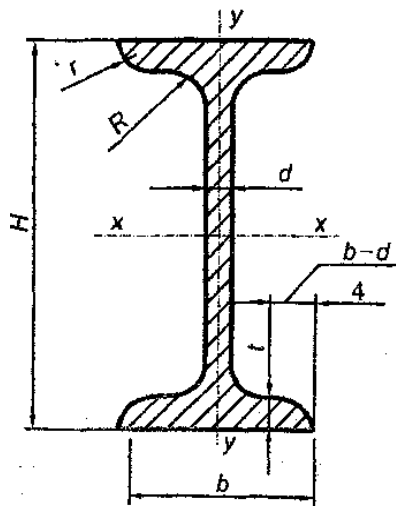
$i$  – радиус инерции;

$x_0, y_0$  – расстояния от центра тяжести до наружных граней полок.

№ профиля	$B$	$b$	$d$	$R$	$r$	Площадь сечения $A, \text{см}^2$	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей								Угол наклона оси $\text{tga}$		
								$x - x$		$y - y$		$x_I - x_I$		$y_I - y_I$			$u - u$	
								$J_{x_1}$ $\text{см}^4$	$i_{x_1}$ $\text{см}$	$J_{y_1}$ $\text{см}^4$	$i_{y_1}$ $\text{см}$	$J_{xI}$ $\text{см}^4$	$y_0$ $\text{см}$	$J_{yI}$ $\text{см}^4$	$x_0$ $\text{см}$		$J_{u \text{ min}}$ $\text{см}^4$	$i_{u \text{ min}}$ $\text{см}$
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,506
								13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
6,3/4,0	63	40	4	7,0	2,3	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397

			5			4,98		3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,73	0,86	0,396
			6			5,90		4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8			7,68		6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59		4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,404
7,5/5	75	50	5	8	2,7	6,11		4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6			7,25		40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435	
			8			9,47		52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,2,9	10,9	1,07	0,430	
8/5	80	50	5	8	2,7	6,36		4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6			7,55		49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386	
9/5,6	90	56	5,5	9	3	7,86		6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6			8,54		70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,9	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384	
			8			11,18		90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380	
10/6,3	100	63	6	10	3,3	9,59		7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,2	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7			11,1		113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392	
			8			12,6		123	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391	
			10			15,5		154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387	
11/7	110	70	6,5	10	3,3	11,4		8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			8			13,9		172	3,51	54,6	1,98	353	3,6	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400	
12,5/8	125	80	7	11	3,7	14,1		11	227	4,01	73,7	2,29	452	4,0	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			8			16		256	4	83	2,28	518	4,0	137	1,84	48,8	1,75	0,406	
			10			19,7		312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404	
			12			23,4		365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	69,5	1,72	0,400	
14/9	140	90	8	12	4	18		14,0	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10			22,2		444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409	
16/10	160	100	9	13	4,3	22,9		18	606	5,15	186	2,85	1	5,19	300	2,23	110	2,2	0,391
			10			25,3		667	5,13	204	2,84	1	5,23	335	2,28	121	2,19	0,390	
			12			30		784	5,11	239	2,82	1	5,32	405	2,36	142	2,18	0,388	
			14			34,7		897	5,08	272	2,8	1910	5,40	477	2,43	162	2,16	0,385	

Сталь прокатная—балки двутавровые (ГОСТ 82319-89)



Обозначения:

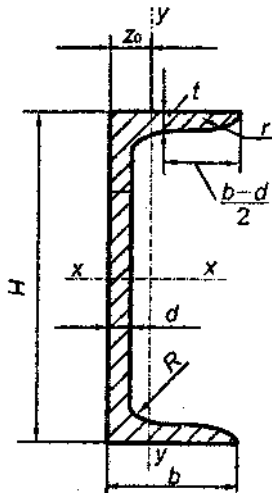
- $H$  – высота Балки;
- $b$  – ширина полки;
- $d$  – толщина стенки;
- $t$  – средняя толщина полки;
- $R$  – радиус внутреннего закругления;
- $r$  – радиус закругления полки;
- $J$  – момент инерции;
- $W$  – момент сопротивления;
- $S$  – статический момент полусечения;
- $i$  – радиус инерции.

№ профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения, $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей						
		$H$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$x - x$				$y - y$		
									$J_x, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$	$i_x, \text{см}$	$S_x, \text{см}^3$	$J_y, \text{см}^4$	$W_y, \text{см}^3$	$i_y, \text{см}$
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88



18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	1 840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4	28,9	2 030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	2 550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10	4	32,8	2 790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3 460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3 800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	5 010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11	4,5	43,2	5 500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	7 080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7 780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	9 840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	13 380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57	400	155	8,3	13,0	15	6	72,6	19 062	953	16,20	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	16	7	84,7	27 696	1 231	18,10	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	17	7	100	39 727	1 589	19,90	919	1 043	123	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	18	7	118	55 962	2 035	21,80	1 181	1 356	151	3,39
60	108	600	190	12,0	17,8	20	8	138	76 806	2 560	23,60	1491	1 725	182	3,54

## Сталь прокатная – швеллеры (ГОСТ 8240-89)



Обозначения:

$H$  – высота швеллера;

$b$  – ширина полки;

$d$  – толщина стенки;

$t$  – средняя толщина полки;

$R$  – радиус внутреннего закругления;

$r$  – радиус закругления полки;

$J$  – момент инерции;

$W$  – момент сопротивления;

$S$  – статический момент полусечения;

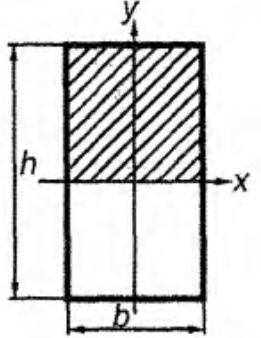
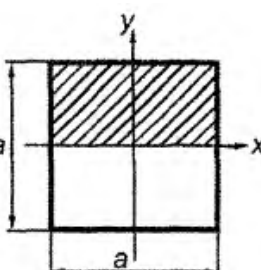
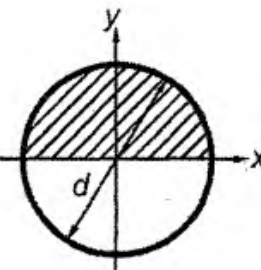
$i$  – радиус инерции;

$z_0$  – расстояние от оси  $y$  –  $y$  до наружной грани стенки.

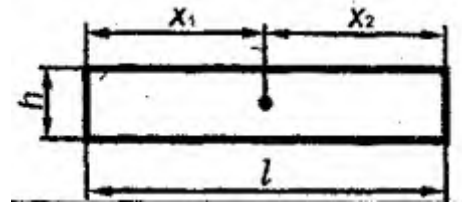
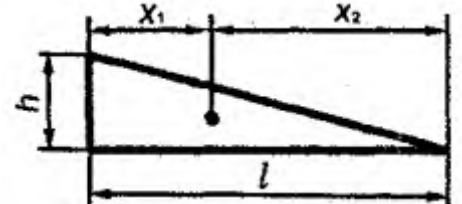
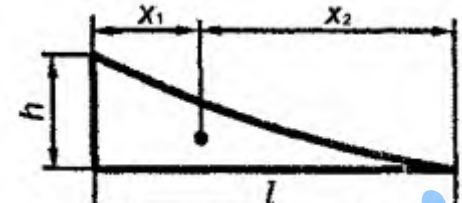
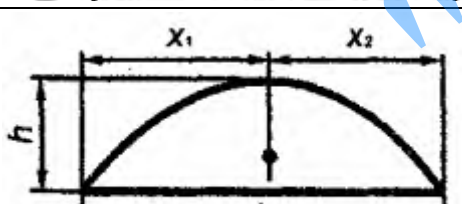
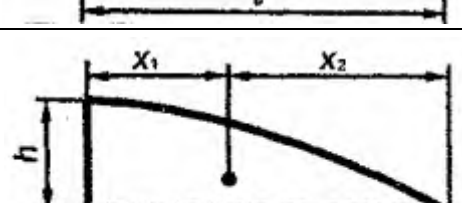
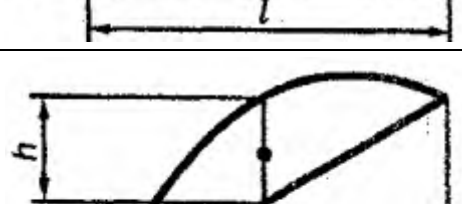
№ профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения $A$ , $\text{см}^2$	Справочные величины для осей							
		$H$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$x - x$				$y - y$			$z_0$ , см
									$J_x$ , $\text{см}^4$	$W_x$ , $\text{см}^3$	$i_x$ , см	$S_x$ , $\text{см}^3$	$J_y$ , $\text{см}^4$	$W_y$ , $\text{см}^3$	$i_y$ , см	
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6	2,5	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24'
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,1	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1 090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5Д	9,3	9	3,5	22,2	1 190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	9,5	4	23,4	1 520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	1 670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	2 110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	2 330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	24,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4	30,6	2 900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	3 180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	11	4,5	35,2	4 160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	12	5	40,5	5 810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,6	330	105	7,0	11,7	13	5	46,5	7 980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6	53,4	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6	61,5	15 220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

ПРОСТЕЙШИХ ПЛОСКИХ ФИГУР

Вид сечения	Площадь сечения $A$ , см <sup>2</sup>	Статический момент отсеченной части площади $S_x^{\text{отс}} = \int_A Y dA$ , см <sup>3</sup>	Осевой момент инерции сечения $J_x = \int_A Y^2 dA$ , см <sup>4</sup>	Осевой момент сопротивления $W_x = \frac{J_x}{y_{\text{max}}}$ , см <sup>3</sup>	Осевой радиус инерции сечения $i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}$ , см
	$bh$	$\frac{bh^2}{2}$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$0,29h$
	$a^2$	$\frac{a^3}{8}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3}{6}$	$0,29a$
	$\frac{\pi d^2}{4}$	$0,08d^3$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$	$0,25d$

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ  
И ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПРОСТЕЙШИХ ФИГУР**

Фигура	Площадь	Абсциссы центра тяжести	
		$x_1$	$x_2$
	$lh$	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$
	$\frac{lh}{2}$	$\frac{l}{3}$	$\frac{2}{3}l$
	$\frac{l}{3}lh$	$\frac{l}{4}$	$\frac{3}{4}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$	$\frac{5}{8}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$

**ВЕЛИЧИНА ПРОГИБА  
НАИБОЛЕЕ ЧАСТО ВСТРЕЧАЮЩИХСЯ БАЛОК**

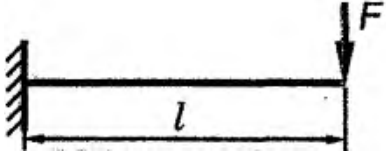
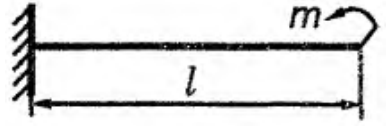
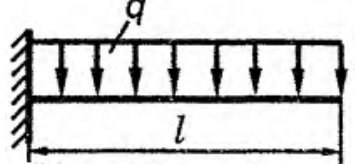
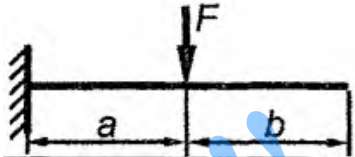
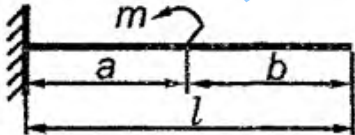
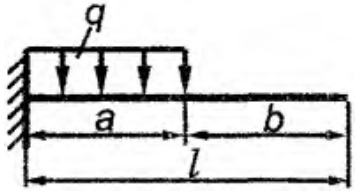
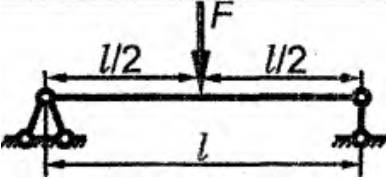
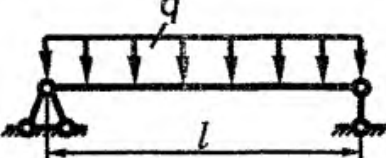
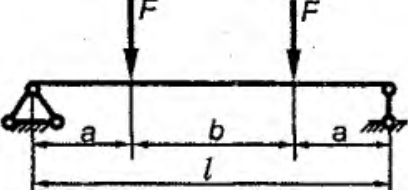
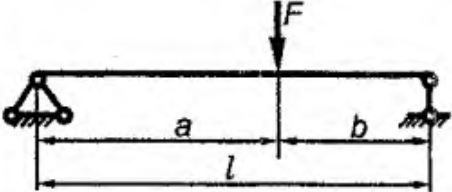
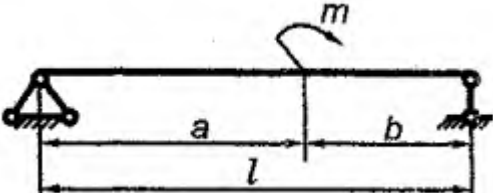
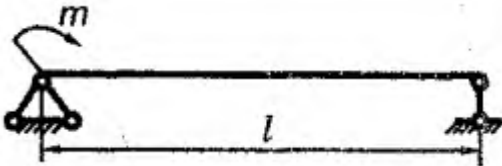
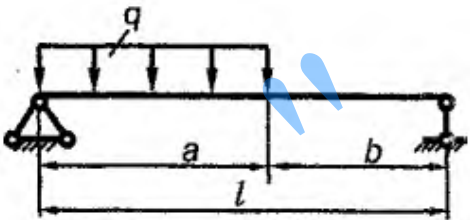
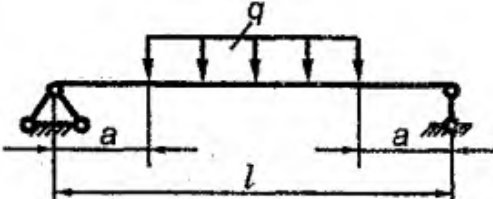
Схема нагрузки	Величина прогиба $f_{max}$
	$\frac{Fl^3}{3EJ_x}$
	$\frac{ml^2}{2EJ_x}$
	$\frac{ql^4}{8EJ_x}$
	$\frac{Fa^2}{6EJ_x}(3l - a)$
	$\frac{ma^2}{2EJ_x}(2l - a)$
	$\frac{qa^3}{6EJ_x}(4l - a)$
	$\frac{Fl^3}{48EJ_x}$
	$\frac{5ql^4}{384EJ_x}$

Схема нагрузки	Величина прогиба $f_{max}$
	$\frac{Fa}{24EJ} \left( \frac{3l^2}{a^2} - 4 \right)$
	$\frac{Fbl^2}{27EJ} \left( 1 - \frac{b^2}{l^2} \right) \sqrt{3 \left( 1 - \frac{b^2}{l^2} \right)}$
	$\frac{mbl}{4EJ} \left( \frac{b}{l} - \frac{l}{4b} \right) \text{ при } a > b$
	$\frac{ml^2}{16EJ}$
	$\frac{qab^3}{24EJ} \left( 4 - 3 \frac{b}{l} \right)$
	$\frac{qabl^2}{24EJ} \left( 1 + \frac{b}{l} - \frac{b^2}{l^2} \right)$